

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Minicurso



CONTANDO RELAÇÕES E FUNÇÕES

Heitor Achilles Dutra da Rosa¹

Resumo: O processo de ensino e aprendizagem da Matemática inclui necessariamente a resolução de problemas. Esse trabalho tem como objetivo utilizar técnicas de contagem para determinar o número de relações e, em particular, o número de funções existentes entre dois conjuntos finitos. Dessa forma, busca-se estabelecer uma conexão entre a combinatória e a teoria das funções para evidenciar as potencialidades das técnicas de contagem existentes.

Palavras Chaves: Combinatória. Relações. Funções. Contagem. Resolução de problemas.

1. INTRODUÇÃO

O saber matemático é caracterizado por aspectos objetivos tais como conceitos, propriedades e definições. Mas a subjetividade também constitui uma via de elaboração do conhecimento. Segundo Pais (2006) “a aprendizagem de conceitos requer um fluxo constante de retificações produzidas na dimensão subjetiva”. Sendo assim, a construção da objetividade ocorre por meio de experiências subjetivas e dessa forma não há como isolar esses dois aspectos.

Ao resolver um problema o indivíduo estabelece vínculos entre a subjetividade e objetividade. O trabalho dos cientistas, por exemplo, ocorre de acordo com essa perspectiva. Para resolver seus problemas precisam “lançar mão” de conceitos, modelos, definições, algoritmos e teoremas. Assim, ao estabelecer entre esses elementos relações e ou articulações, potencialmente qualitativas, pode surgir um leque de possibilidades de soluções criativas e como consequência a expansão do significado do saber.

Valer destacar que o trabalho com a resolução de problemas permite o desenvolvimento intelectual do estudante, no que diz respeito ao saber matemático e também propicia interligar não só a Matemática com outras áreas do conhecimento, mas estabelecer conexões entre áreas dentro da própria Matemática.

¹ Mestre em Ensino de Matemática. IFRJ. heitor_achilles@yahoo.com.br

2. IDEIAS RELACIONADAS AO PENSAMENTO COMBINATÓRIO

As técnicas de contagem usualmente realizadas no cotidiano restringem-se, normalmente, à contagem direta, isto é, à exibição explícita dos objetos envolvidos e seu registro um a um. Essa técnica torna-se insuficiente quando se trata de situações em que o número de objetos é muito grande ou não se dispõe de uma maneira conveniente de listá-los. Para lidar com estas situações, é necessário dispor-se de bons métodos de contagem. Nesse contexto o objeto de estudo corresponde à resolução de situações em que a contagem se reduz em saber de quantas maneiras um determinado grupo de objetos pode ser escolhido, sem e com restrições em relação à ordem em que são selecionados.

Estes conceitos, propriamente formulados e verbalizados, permitem a transição imediata do pensamento cotidiano para o pensamento científico. Os resultados do estudo de Combinatória transcendem em muito o âmbito exclusivo desse componente curricular. Como os entes matemáticos utilizados são apenas números naturais e as operações elementares entre eles, os métodos de pensamento utilizados, que são de caráter geral e formativo, apresentam-se de maneira clara e despojada de complicações teóricas, conceituais ou notacionais. Isto propicia ao estudante o exercício de competências fundamentais como planejamento de estratégias de resolução de problemas, divisão de problemas em casos, análise envolvendo números pequenos levando à generalização e à crítica dos resultados obtidos. Os reflexos positivos deste exercício são imediatos no desempenho acadêmico global e na prática cotidiana.

Dessa forma, pensar sob um ponto de vista combinatório requer que os estudantes explorem criativamente os aspectos estruturais de uma situação problema, com o desejo de reduzi-lo a cada caso mais simples ou a um problema previamente resolvido. Como resultado, muitas possibilidades de solução são analisadas sistematicamente, e um conhecimento útil é ganho a partir de certas tentativas corretas e incorretas.

3. BREVES CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROCESSO DE CONTAGEM DO NÚMERO DE RELAÇÕES E FUNÇÕES

A contagem do número de relações e funções existentes entre dois conjuntos finitos requer, dentre outras coisas, o domínio do sentido de dois termos: conceito e definição. Uma definição matemática é uma expressão linguística formal, que capta por meio de palavras e expressões as características essenciais e fundamentais de um determinado conceito. Tais

características expressam, de forma objetiva, a totalidade da ideia representada, sendo assim, não pode deixar dúvidas em relação a noções correlatas. A definição matemática representa a formalização de um conceito e tem como finalidade objetivar a construção do saber.

Os conceitos referem-se a ideias mais gerais e abstratas, associadas a certas classes de objetos, criados e transformados nos limites de uma área disciplinar. Dessa forma, pode-se dizer que o trabalho com a formação de conceitos apresenta grandes dificuldades, uma vez que lida com ideias abstratas.

Para a realização das contagens de relações e funções deve-se ter em mente a definição precisa e formal das mesmas. Porém a técnica de contagem será estabelecida a partir de um processo de tomada de decisão que necessita de um entendimento conceitual do significado da definição formal em questão.

Outro aspecto a destacar é que a aquisição de técnicas de contagem num campo mais geral e formal de relações e funções corresponde a um processo importante para a formação docente. Isso se deve ao fato de que o entendimento desse processo permite aplicar tais generalizações a situações particulares e contribui de forma significativa para o estabelecimento de um vínculo entre o formal-abstrato e as situações concretas.

De certa forma pode-se afirmar que as técnicas de contagem elaboradas a fim de resolver problemas no âmbito mais geral, no contexto das relações e das funções, se apresentam como modelos gerais que podem ser usados nos mais variados contextos.

4. APRESENTAÇÃO DOS PROBLEMAS

Os problemas listados a seguir estão divididos em três categorias. A categoria 1 é composta apenas por um problema referente a teoria dos conjuntos (este problema possui, sob o ponto de vista da combinatória, uma solução interessante que utiliza um argumento sutil para a tomada de decisão) . A categoria 2 apresenta os problemas relacionados a determinação do número de relações e finalmente, a categoria 3, é composta pelos problemas que tem como objetivo contar o número de funções.

CATEGORIA 1

PROBLEMA 1: Seja A um conjunto de n elementos. Quantos subconjuntos possui o conjunto A ?

CATEGORIA 2

PROBLEMA 2: Seja A um conjunto com m elementos e B um conjunto com n elementos. Qual o número de relações existentes entre A e B .

PROBLEMA 3: O conjunto A possui n elementos. Qual o número de relações que podem ser construídas em A ?

PROBLEMA 4: O conjunto A possui n elementos. Qual o número de relações reflexivas que podem se construídas sobre A ?

PROBLEMA 5: O conjunto A possui n elementos. Qual o número de relações simétricas que podem se construídas sobre A ?

PROBLEMA 6: O conjunto A possui n elementos. Qual o número de relações anti-simétricas que podem se construídas sobre A ?

PROBLEMA 7: O conjunto A possui n elementos. Qual o número de relações reflexivas e simétricas que podem se construídas sobre A ?

PROBLEMA 8: O conjunto A possui n elementos. Qual o número de relações reflexivas e anti-simétricas que podem se construídas sobre A ?

PROBLEMA 9: O conjunto A possui n elementos. Qual o número de relações simétricas e anti-simétricas que podem se construídas sobre A ?

PROBLEMA 10: O conjunto A possui n elementos. Qual o número de relações reflexivas, simétrica e anti-simétricas que podem se construídas sobre A ?

CATEGORIA 2

PROBLEMA 11: O conjunto A possui n elementos. Qual o número de funções bijetoras que podem se construídas sobre A ?

PROBLEMA 12: Considere os conjuntos A com n elementos e B com k elementos ($n \leq k$). Qual o número de funções injetoras que podem se construídas de A em B ?

PROBLEMA 13: Considere os conjuntos A com n elementos e B com k elementos ($n \leq k$). Qual o número de funções sobrejetoras que podem se construídas de A em B ?

Faz parte da proposta desse trabalho a utilização de um princípio dialógico-dialético que irá caracterizar a dinâmica utilizada na resolução dos problemas propostos. A ideia consiste em construir, gradativamente, a partir da tomada de decisões conscientes oriundas de uma análise conceitual e formal dos objetos matemáticos em questão.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Já é consenso entre os educadores e matemáticos que, no ensino bem sucedido, os estudantes precisam compreender aquilo que aprendem e que essa compreensão é garantida quando eles participam da construção das ideias matemáticas. Dessa forma, alcançar tais objetivos só é possível quando os próprios professores compreendem os conceitos matemáticos abstratos.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA

POLYA, G. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto matemático*. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

LIMA, E. L. ET AL. *Temas e Problemas*. Rio de Janeiro: SBM, 2003.

LOVÁSZ, L.; PÉLIKAN, J.; VESZTERGOMBI, K. *Matemática discreta*. Rio de Janeiro: SBM, 2005.

PAIS, L. C. *Ensinar e aprender matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SANTOS, J. P. O. et al. *Introdução à análise combinatória*. São Paulo: Editora da UNICAMP, 2002.