

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Relato de Experiência



O USO DO TEODOLITO COMO UMA FERRAMENTA NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA

Giselle Anna Oliveira Silva¹

Verônica Ferreira dos Santos²

Samantha da Silva Vargas³

Josivaldo Gonçalves dos Santos⁴

Kelling Cabral Souto⁵

Educação Matemática no Ensino Médio

Resumo: A atividade Medindo com o Auxílio do Teodolito tem o objetivo apresentar outro método de abordagem que auxiliasse na absorção do conteúdo de trigonometria do ensino médio. O experimento consiste em medir a altura do prédio da escola utilizando um teodolito confeccionado com materiais de baixo custo. Dessa forma podemos mostrar aos alunos uma aplicação da trigonometria no cotidiano, como a medição de distâncias inacessíveis, utilizando assim as funções seno, cosseno e tangente. A partir deste experimento aplicamos um questionário aos alunos envolvendo os assuntos abordados e comparamos os resultados obtidos anteriormente à atividade. Analisando os dados obtidos podemos observar que houve uma maior quantidade de acertos após o experimento. Mostrando assim que o mesmo foi satisfatório. Foi aplicado no CIEP 172 Nelson Rodrigues – Nova Iguaçu - RJ.

Palavras Chaves: Trigonometria no triângulo retângulo. Teodolito. Ensino de Matemática.

¹ Graduanda em Licenciatura em Matemática. IFRJ. giselle.anna@hotmail.com

² Graduanda em Licenciatura em Matemática. IFRJ. verofes@gmail.com

³ Graduanda em Licenciatura em Matemática. IFRJ. samantharomeu@hotmail.com

⁴ Especialista em Matemática para formação de professores. Professor do Estado do Rio de Janeiro. josuperprof@gmail.com

⁵ Doutora em Energia Nuclear. IFRJ. kcsouto@bol.com.br

INTRODUÇÃO

A atividade **Medindo com o auxílio do Teodolito**, tem por objetivo proporcionar ao aluno um contato real com o conteúdo de trigonometria que é estudado em sala de aula, através de uma aplicação do uso da relação trigonométrica tangente, utilizando o teodolito como um auxiliador, para assim poder medir a altura do prédio do CIEP.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 2008): O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos.

Para isso, foi elaborada uma aula dinâmica para ensinar o conceito de tangente de forma alternativa e sintetizada. De modo que os alunos levem os conceitos fixados em sala de aula para seu cotidiano e analisando os conteúdos estudados e os resultados obtidos.

Essa atividade foi realizada e aplicada pelos alunos do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro – Campus Nilópolis (IFRJ), bolsistas do Programa Institucional de Iniciação à Docência (PIBID), e pelo professor supervisor, no segundo bimestre de 2013, numa turma do 1º ano do Ensino Médio do CIEP – Brizolão 172 Nelson Rodrigues situado no município de Nova Iguaçu – RJ. A ideia desse trabalho é apresentar essa atividade como elemento que agrega valor e significado para um reforço no ensino de Trigonometria.

EMBASAMENTO TEÓRICO

A trigonometria está presente em nosso cotidiano desde a antiguidade. Sabendo de sua existência o homem, ao longo do tempo, fora aprimorando seus conhecimentos e desenvolvendo artifícios que possibilitam a utilização deste ramo da Matemática. Sabe-se que com a trigonometria podemos calcular medidas de ângulos, distâncias entre pontos na superfície terrestre, assim como é utilizada no estudo da termodinâmica, entre outros.

Deparamo-nos muitas vezes com alunos que não conseguem entender e até mesmo tem aversão à trigonometria, sendo que podemos encontra-la em tudo a nossa volta. De acordo com Lindegger (2000) os alunos sentem-se "incomodados" ao tratarem assuntos envolvendo a Trigonometria, o que, normalmente, acarreta uma rejeição ao conteúdo, o que pode relacionar-se à falta de compreensão dos conceitos trigonométricos básicos, visto os erros de notação e de conceito observados nas representações matemáticas até entre alunos iniciantes do ensino superior.

Para Lima (2002):

“As aplicações do conhecimento matemático incluem a resolução de problemas, essa arte intrigante que, por meio de desafios, desenvolve a criatividade, nutre a autoestima, estimula a imaginação e recompensa o esforço de aprender. [...] As aplicações são a parte ancilar da Matemática. São a conexão entre a abstração e a realidade. Para um grande número de alunos, são o lado mais atraente das aulas, o despertador que os acorda, o estímulo que os incita a pensar.”

O Teodolito é um instrumento usado para medição, geralmente usado para engenharia geológica. Esse aparelho consiste de um par de círculos graduados posicionados em ângulos retos entre si. Sendo utilizado principalmente para medidas de ângulos horizontais e verticais. Entretanto, esses instrumentos medem ângulos horizontais com maior precisão que ângulos verticais, uma vez que esta é a principal função nas medições.

O PIBID/IFRJ constitui-se em uma forma de contribuição do IFRJ na formação de professores para Educação Básica, já que um grande desafio para o Ensino de Ciências e Matemática é tornar essas disciplinas mais interessantes, a proposta do programa está baseada em uma aprendizagem de forma contextualizada e interdisciplinar e significativa com objetivo de estimular o ensino de Ciências e de Matemática apoiado nas atividades práticas, nos experimentos, nas situações concretas.

Com isso, foi criada a atividade **Medindo com o auxílio do Teodolito**, para ajudar os estudantes no processo de aprendizagem, uma aplicação do conteúdo de trigonometria que consiste em fazer a medição de distâncias inacessíveis utilizando as relações trigonométricas. Nessa atividade trabalhamos a relação trigonométrica tangente para calcular a altura do prédio da Escola, além de proporcionar aos alunos a terem tido um contato como Teodolito, uma ferramenta importante para a medição de ângulos.

METODOLOGIA

Para medir o quanto a atividade contribuiu na aprendizagem dos alunos, utilizou-se a abordagem empírico-analítica, de acordo com Lorenzato (2009):

“[...] O processo de produção de conhecimentos, nessa abordagem, orienta-se pela aplicação do método científico, o qual, de modo geral, compreende as fases de formulação de um problema, levantamento de hipóteses, testagens de pressupostos, confirmação ou refutação das hipóteses e conclusões.”

Dessa forma, se elaborou e aplicou aos alunos duas questões sobre trigonometria, de modo que os estudantes para chegarem ao resultado esperado impreterivelmente deveriam usar as relações trigonométricas, já estudadas em sala de aula. A primeira questão fora aplicada antes da atividade, para verificar se os alunos conseguiam utilizar as relações trigonométricas e a segunda fora aplicada após a atividade, de modo que eles usassem a relação tangente para chegar ao resultado esperado. Possibilitando que fosse possível verificar a variação da porcentagem de acertos e erros dos alunos, concluindo assim o quanto esta atividade contribuiu para o aprendizado dos aprendizes em relação ao conteúdo de trigonometria trabalhado.

MEDINDO COM O AUXILIO DO TEODOLITO

A atividade **Medindo com o auxílio do Teodolito** originou-se para mostrar aos alunos uma aplicação das relações trigonométricas, em mais específico sobre a tangente, de modo que possibilite uma melhor compreensão do conteúdo pelos estudantes. Essa atividade fora dividida em cinco momentos, sendo:

♦ **1º Momento: Elaboração do Teodolito.**

Primeiramente foram elaborados os Teodolitos (Figura 1), anteriormente pelos bolsistas, à fabricação se sucedeu de materiais simples: cartolina, transferidor, canudo, barbante, cola de isopor e massinha de modelar. Eles foram utilizados na atividade para encontrar o ângulo θ (Figura 2), que por esse ângulo obtemos o α (Figura 2), que essa medida angular é a necessária para o uso da relação trigonométrica tangente, de forma que se ache a altura do prédio da Escola a partir do ângulo formado entre a altura dos olhos do observador com o topo do prédio e a distância entre observador e o prédio.

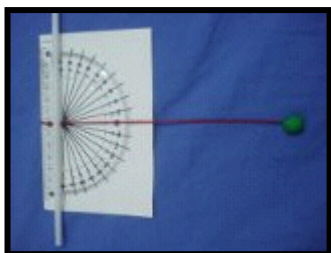


Figura 1: Teodolito Simples

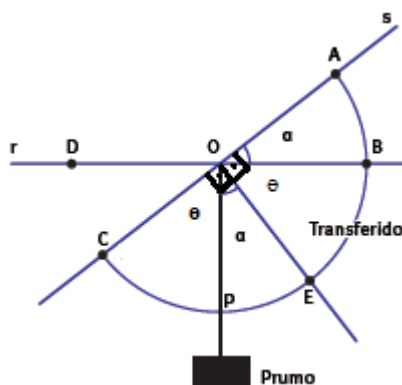


Figura 2: Ângulos Utilizados

♦ **2º Momento: Aplicação do 1º Teste Diagnostico.**

Antes da realização da atividade **Medindo com o auxílio do Teodolito**, fora aplicado o 1º Teste Diagnostico contendo uma questão de múltipla escolha, que fornecia um triângulo retângulo, um de seus ângulos internos de medida: 31° , a medida da hipotenusa em centímetros, a medida do cateto adjacente ao ângulo de 31° em centímetros e a aproximação do valor do $\text{sen}(31^\circ)$, $\text{cos}(31^\circ)$ e da $\text{tg}(31^\circ)$, Com isso pedia-se o valor do comprimento em centímetros do cateto oposto ao ângulo de 31° , para verificar o conhecimento dos alunos acerca das relações trigonométricas.

♦ **3º Momento: A Apresentação da Atividade**

No laboratório de ciências da escola, o local que muitos experimentos do PIBID são aplicados aos alunos, apresentou-se uma situação-problema (Figura 3), no qual era necessário encontrar o valor da altura de um edifício, explicando sobre as relações trigonométricas no triângulo retângulo e como as utilizar para se achar a altura do prédio, ou seja, a solução do problema. Em seguida, exibindo e explicando, aos alunos, a importância e utilização do Teodolito (Figura 4).

Logo após, apresentamos o roteiro (Figura 5, 6 e 7) da atividade para os estudantes, explicando o passo a passo de cada medição que deveria ser feita, dos dados a serem coletados e como utiliza-los para se encontrar a altura do prédio da Escola.



Figura 3: Situação-problema



Figura 4: Apresentando o Teodolito



Figura 5: Explicando o Roteiro

Pibid
PROGRAMA DE INICIAÇÃO EM DOCÊNCIA

CIEP Nelson Rodrigues
PIBID/IFRJ – Matemática
Nome: _____ Turma: _____
Nome: _____

A turma será dividida em duplas para que seja realizada a atividade.

Atividade 1 – Medindo com o auxílio do Teodolito

1º passo: Os alunos terão que escolher quem será o “observador”, que será medido a sua altura, o qual utilizará o teodolito para medir o ângulo da altura dos seus olhos com o ponto mais alto do prédio da escola, ele deve estar há certa distância desse objeto e ela deve ser também medida.

2º passo: O aluno deve colocar o instrumento confeccionado na direção do ponto colorido no topo de prédio, de modo a ver o ponto colorido através do orifício do canudinho (Figura 1).

Figura 1

3º passo: O outro aluno deve observar e anotar o ângulo marcado pelo barbante no transferidor, para uma maior precisão, fotografar a posição do barbante e assim anotar o valor do ângulo obtido.

4º passo: O ângulo que iremos utilizar nos cálculos será o ângulo correspondente ao fio de prumo que é perpendicular a reta, então, o ângulo será $\alpha = 90^\circ - \theta$.

5º passo: Tendo em posse de todos os dados, agora utilizará a seguinte fórmula para o cálculo da altura: $Ao = x \cdot \text{tga} + Aa$, onde Ao é a altura do objeto; x é a distância do observador até o objeto; tga é a tangente do ângulo encontrado; Aa é a altura do observador.

• Fórmulas Utilizadas:

- $\alpha = 90^\circ - \theta$, onde θ é o ângulo medido; α é o ângulo obtido.
- $Ao = x \cdot \text{tga} + Aa$, onde Ao é a altura do objeto; x é a distância do observador até o objeto; tga é a tangente do ângulo encontrado; Aa é a altura do observador.
- $\text{tga} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$

Figura 6: Roteiro da Atividade (parte A)

Pibid
PROGRAMA DE INICIAÇÃO EM DOCÊNCIA

Valores	Dados
Altura do observador	
Ângulo medido (θ)	
Ângulo obtido (α)	
Tga	
Distância do observador até o objeto	

Questionário

1) Em nossa atividade de hoje vamos calcular a altura do prédio do CIEP 172, utilizaremos as relações trigonométricas para isso, como mostra a figura abaixo:

2) Qual é a medida da altura que encontraram?

3) O que acharam da atividade proposta? Ela os ajudou a compreender melhor sobre relações trigonométricas?

Figura 7: Roteiro da Atividade (parte B)

◆ 4º Momento: A Aplicação da Atividade Medindo com o auxílio do Teodolito

Para a realização da atividade a turma foi dividida em duplas ou trios, cada grupo recebeu: uma prancheta, o roteiro da atividade, uma tabela trigonométrica, uma folha para a realização dos cálculos, uma trena de três metros e um teodolito.

Essa atividade fora realizada no pátio da escola, de modo que podíamos ter uma visão de todas as dimensões do prédio do CIEP. Todos os bolsistas do PIBID que atuam no colégio contribuíram como monitores, orientando cerca de um a dois dos grupos.

- Dentro de cada grupo foi escolhido quem seria o “observador”, ou seja, o que utilizou o teodolito para medir o ângulo da altura dos seus olhos com o ponto

mais alto do Prédio do CIEP, e teve sua altura medida, onde este aluno estava há certa distância do prédio (Figura 8).

- Para encontrar o ângulo θ os alunos utilizaram o Teodolito da seguinte forma, colocaram o instrumento confeccionado na direção do ponto mais alto do Prédio do CIEP, para dar uma direção aos alunos foi preso um pano colorido no topo do Prédio, de modo a que eles observaram esse ponto colorido através do orifício do canudinho (Figura 9). Enquanto isso o outro aluno deve observar e anotar o ângulo marcado pelo barbante no transferidor, para uma maior precisão, eles puderam fotografar a posição do barbante e assim anotar o valor do ângulo obtido (Figura 10).
- Os grupos escolheram o quanto queriam se distanciar do prédio, medindo e anotando essa distância (Figura 11).
- O ângulo que foi utilizado nos cálculos foi o ângulo α (Figura 12), onde temos que a reta r passa pela linha-de-fé do transferidor; A reta r faz um ângulo α com a reta s ; Os ângulos $\widehat{A\hat{O}B}$ e $\widehat{C\hat{O}D}$ são opostos pelo vértice e, portanto, congruentes; OP corresponde ao fio de prumo e é perpendicular a reta r . Então, o ângulo $\widehat{C\hat{O}P}$ mede $90^\circ - \alpha$; Como OE é perpendicular a reta s , temos o ângulo \widehat{EOP} medindo α , ou seja, o ângulo medido pelos alunos com o Teodolito foi θ e o utilizado no cálculo foi $\alpha = 90^\circ - \theta$.
- Com todos os dados obtidos foi utilizada a fórmula da relação trigonométrica tangente, $tg\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$, para encontrar parte da altura do prédio e em seguida foi somado à altura do observador, obtendo assim a altura total do Prédio (Figura 13).



Figura 8: Medição da altura do observador



Figura 9: Medindo o ângulo θ



Figura 10: Anotando o ângulo



Figura 11: Medição da distância do prédio ao observador

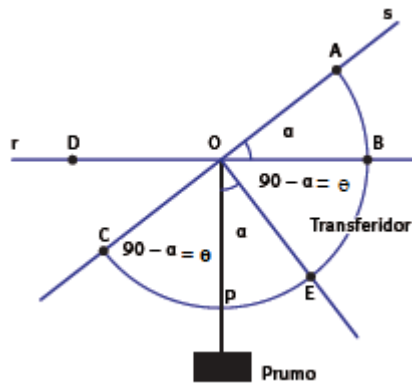


Figura 12: O porquê do ângulo α

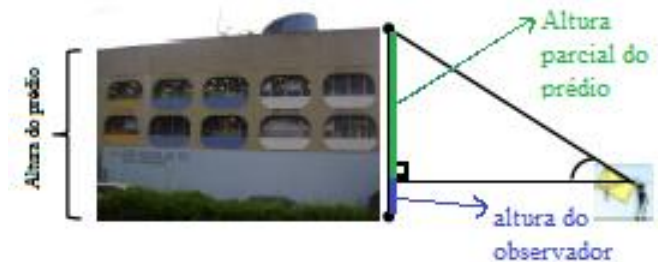


Figura 13: Altura do Prédio

♦ **5º Momento: Aplicação do 2º Teste Diagnóstico.**

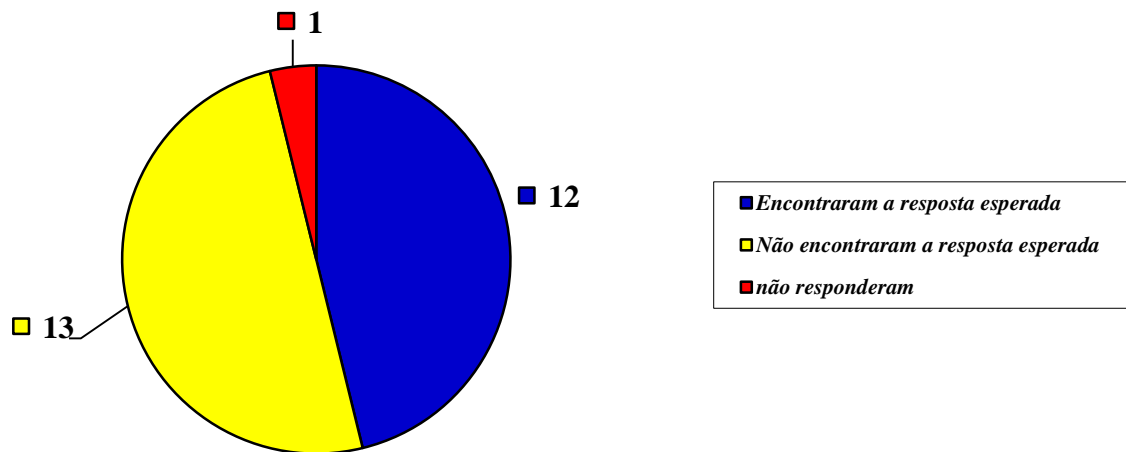
Depois da realização da atividade **Medindo com o auxílio do Teodolito**, os monitores aplicaram o 2º Teste Diagnóstico, contendo uma questão discursiva, que fornecia um triângulo retângulo, um dos ângulos internos que media θ , a medida do cateto oposto ao ângulo θ , em centímetros, que a $\text{tg}\theta = 0,6$ e solicitava o valor do comprimento, em centímetros, do cateto adjacente ao ângulo θ . Para resolvê-la os alunos deviam necessariamente utilizar a relação trigonométrica tangente para solucionar o exercício.

RESULTADOS

No 1º Teste diagnóstico podemos observar que menos da metade da turma souberam utilizar as relações trigonométricas para se resolver o exercício proposto, chegando assim na

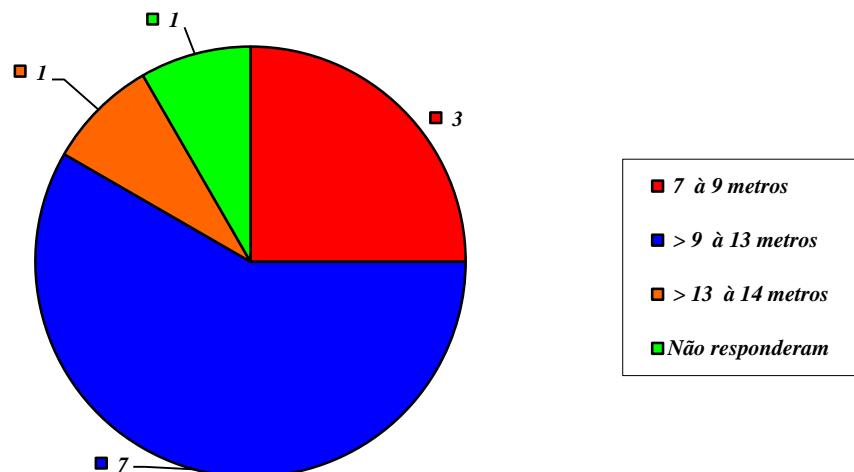
resposta esperada, metade da turma não conseguiu utilizar nem a relação seno nem a tangente para chegar à solução esperada e um aluno não respondeu ao teste, de modo que tão conteúdo fora visto em sala de aula.

1º Teste Diagnóstico

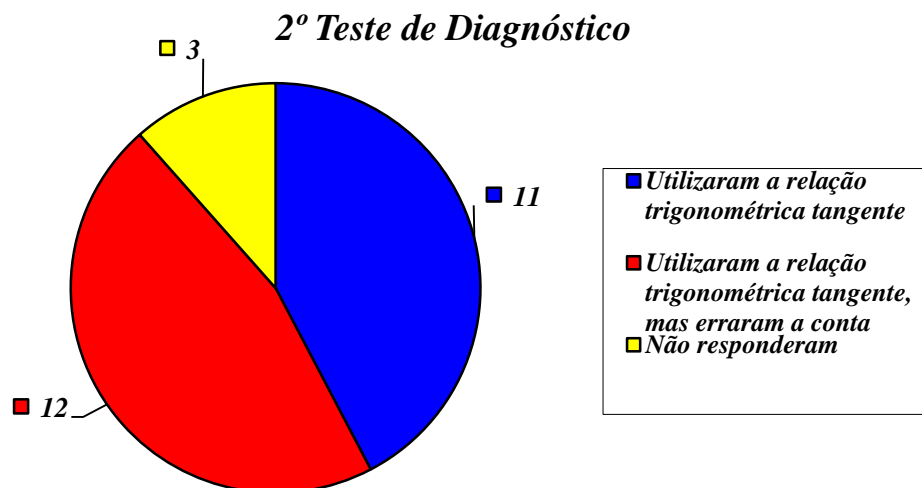


Na atividade **Medindo com o auxílio do Teodolito**, devido às imprecisões que se obtém com o uso do Teodolito e com a aproximação de uma casa decimal dos valores de tangente, se considerou a resposta esperada um valor de altura entre dez a treze metros. Com isso podemos perceber que mais da metade dos grupos tiveram um resultado dentro do esperado, um quarto dos grupos obtiveram uma medida para altura abaixo do esperado, um dos grupos obtiveram um resultado de altura maior que o esperado e um dos grupos não respondeu.

Atividade Medindo com o auxílio do Teodolito



No 2º Teste diagnóstico podemos observar que três dos alunos não responderam, cerca de onze alunos apresentaram ter compreendido a relação trigonométrica tangente chegando à resposta esperada e por fim doze alunos apresentaram ter compreendido a relação trigonométrica tangente, entretanto não chegaram à resposta esperada, pois não souberam resolver adequadamente a conta de divisão de números decimais. Todavia tivemos um ótimo resultado para o 2º Teste diagnóstico, tendo em vista que o objetivo era avaliar se o aprendizado dos alunos sobre as relações trigonométricas haviam melhorado devido à aplicação da atividade **Medindo com o auxílio do Teodolito**.



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Percebemos a partir dos gráficos que a atividade **Medindo com o auxílio do Teodolito**, atingiu o seu objetivo de contribuir de forma significativa para o aprendizado dos alunos sobre as relações trigonométricas, em especial a tangente, além de possibilitar a detecção de algumas outras dificuldades apresentadas pelos alunos.

A atividade proporcionou também uma aula diferente, que observamos a participação e interação entre os alunos. Duas propostas futuras serão de: aplicar uma oficina de montagem de Teodolitos Simples e outra sobre números decimais, trabalhando com os alunos a soma, subtração, multiplicação e divisão de números decimais.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), da CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil e ao IFRJ.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000.

IFRJ. **PIBID**. Disponibiliza informações sobre o Programa PIBID. Disponível em: < <http://www.ifrj.edu.br/node/1173> >. Acesso em: 27 jan. 2013.

FAVORS, Paul. BORGES, Artur. **Como um teodolito funciona**. Disponível em: http://www.ehow.com.br/teodolito-funciona-como_5769/. Acesso em: 27 jun. 2013.

LIMA, Elon Lages. **Matemática e Ensino**. Rio de Janeiro: SBM, 2002.

LINDEGGER, Luiz Roberto de Moura. **Construindo os conceitos básicos da Trigonometria no Triângulo Retângulo: uma proposta a partir da manipulação**. 2000. 203 p. Dissertação de Mestrado (Educação Matemática). Pontifício Universidade Católica, SP.

LORENZATO, Sergio. FIORENTINI, Dario. **Investigação em Educação Matemática, percursos teóricos e metodológicos**. Coleção Formação de Professores. Autores Associados, 2009.

SOARES, M.Z.M.C., ROSA, M. S.S., RODRIGUE, W.R., MACHADO, M., **O experimento - A altura da árvore**. Matemática Multimídia - FNDE - UNICAMP, 2001. São Paulo.