

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



## A INTRODUÇÃO DA LINGUAGEM ALGÉBRICA NOS LIVROS DIDÁTICOS ATRAVÉS DA GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES

**Paulo Ferreira do Carmo**<sup>1</sup>

**Barbara Lutaif Bianchini**<sup>2</sup>

**Resumo:** A Matemática é um conhecimento importante para os seres humanos, as relações comerciais, a socialização de informações, o mundo do trabalho e muitas outras situações necessitam do conhecimento matemático. A Matemática não se restringe a utilização de números, ela desenvolve uma linguagem simbólica, a linguagem algébrica. A linguagem algébrica nos alunos é iniciada nas escolas de educação básica por volta dos 12 anos (7º ano do Ensino Fundamental) e essa introdução da linguagem algébrica pela utilização da variável como termo desconhecido (incógnita) vem dificultando a aprendizagem dos alunos conforme diversas avaliações externas, tais como SARESP, SAEB, ENEM, e esses indicadores têm divulgado frequentemente o baixo nível de proficiência em Álgebra dos nossos alunos e limitando o significado do uso da variável. O objetivo desta pesquisa é analisar se alguns livros didáticos escolhidos no PNLD-2011 utilizam atividades de generalização de padrões para iniciação da linguagem algébrica, que tem se mostrado em várias pesquisas - Branco (2008), Sessa (2005), Vale e Pimentel (2005), Kaput e Blanton (2005), Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2006) - um caminho interessante para a introdução da linguagem algébrica dando significado para variável. Serão utilizadas as ideias de Sessa (2006) e as categorias de desenvolvimento do pensamento algébrico criada por Silva (2012). A Metodologia de análise será a Análise de Conteúdo desenvolvida por Bardin (2011). A intenção da Análise de Conteúdo é a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção, inferência esta que recorre a indicadores. As análises preliminares vêm mostrando que alguns livros estão utilizando este caminho para introdução da linguagem algébrica.

**Palavras Chaves:** Educação algébrica. Linguagem algébrica. Pensamento algébrico. Generalização de padrões. Livro didático.

**Temática do Artigo-** Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

### 1- Introdução

O ensino de matemática é importante para o desenvolvimento do pensamento humano, as operações aritméticas são de extrema importância para as pessoas se relacionar e socializar suas relações no mundo atual, mas para alargar o conhecimento matemático é necessário a introdução de um linguagem específica com características matemáticas, a linguagem simbólica, isto é, a linguagem algébrica. A introdução da linguagem algébrica se dá normalmente nos livros didáticos brasileiros, no 7º ano do Ensino Fundamental (EF). O modo

<sup>1</sup> Mestrando. PUC- São Paulo. paluc@zipmail.com.br

<sup>2</sup> Doutora. PUC – São Paulo. barbara@pucsp.br

de introdução desta linguagem se dá pelo estudo das equações do 1º grau (função polinomial do 1º grau) por meio de problemas que tem a finalidade de descobrir o valor desconhecido (a incógnita). O que ocorre é que, geralmente os alunos ficam “presos” ao uso da variável como incógnita e com diversos problemas de aprendizagem referente aos procedimentos de resolução. Como o conceito de variável é um conceito muito rico, esta abordagem tem se mostrado problemática, nas avaliações externas (ENEM, SARESP, SAEB e outros) que divulgam o baixo aproveitamento dos alunos em questões relacionadas a Álgebra. Os pesquisadores: Branco (2008), Sessa (2005), Vale e Pimentel (2005), Kaput e Blanton (2005), Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2006) em suas pesquisas mostram que a introdução da linguagem algébrica por meio de atividades de generalização de padrões parece um bom caminho para introdução da linguagem algébrica no 7º ano EF, dando ao aluno um significado para os símbolos e não limitando o conceito de variável a valor desconhecido. Sessa (2005) em seu livro propõem:

*[...] no tratamento das equações, o que geralmente acarreta eles (alunos) verem as letras para designar números desconhecidos (a letra como incógnita). Os alunos são, então, confrontados com a tarefa de "colocar na equação" um problema e "resolve-la" (com todas as regras associadas) como as primeiras experiências no campo da álgebra. A posição adotada é amplamente adotada em nosso país (Argentina). Para muitos estudantes, as equações são "coisas apuradas" e dominar as regras desta técnica é geralmente uma fonte inesgotável de dificuldades para eles (tradução nossa, p.67).*

A autora propõem que a introdução da linguagem algébrica se inicie com atividades que utilizem a generalização de padrões, para que o aluno perceba que o uso da variável, não se restringe ao cálculo de incógnita.

*“O que estamos postulando é que a chegada do objeto equação seja com as ideias de variável, de fórmula ou número geral, sendo melhor para os alunos captar o sentido do objeto em toda a sua riqueza.[...] o trabalho em torno da generalização que propomos vai permitir aos alunos construir e controlar as transformações algébricas e respeitar a equivalência entre expressões. Assim, estarão em condições de abordar o objeto ‘equação’ com o maior domínio técnico” (tradução nossa, p.72)*

As pesquisadoras Vale e Pimentel (2005) em suas pesquisas analisaram a atividade de futuros professores, associada à resolução de tarefas com generalização de padrões, concluíram que a maioria utiliza uma abordagem numérica, manifestando, por isso, insuficiências na sua resolução e não conseguindo obter uma generalização completa ou obtendo uma lei geral de formação errada. Em contrapartida, aqueles que recorrem a uma abordagem exclusivamente geométrica ou mista, conseguem obter melhores resultados. Como referem as autoras: é necessário “incentivar os nossos alunos a olhar para os problemas

propostos de vários modos, e a mobilizar todos os seus conhecimentos sejam eles de natureza numérica ou geométrica”(p.27).

## **2- Hipóteses e objetivos**

A introdução da linguagem algébrica marca uma transição importante na vida escolar dos nossos alunos, e é fundamental no entendimento do objeto matemático função que será estudado nos anos escolares posteriores. O objetivo desta pesquisa é analisar se alguns livros do PNLD-2011 nos anos finais do Ensino Fundamental introduzem a linguagem algébrica através de atividades de generalizações de padrões, que tem sido mostrado uma opção interessante para iniciar a transição entre a Aritmética e a Álgebra, apontado por pesquisadores, tais como: Branco (2008), Sessa (2005), Vale e Pimentel (2005), Kaput e Blanton (2005), Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2006). A hipótese desta pesquisa é que poucos livros didáticos utilizam esta estratégia e poucos professores conhecem este tipo de atividade e sua importância para o ensino e aprendizagem da linguagem algébrica que será de extrema importância para aprendizagem do conceito de função.

## **3- Fundamentação teórica**

A fundamentação teórica desta pesquisa se baseará nas ideias de Sessa (2005) para a introdução a linguagem algébrica nos alunos durante o 7º ano EF e a classificação dos indicadores do pensamento algébrico criado por Silva (2012) baseado nas idéias de Fiorentini et al (2006) e de Ursini et al (2005).

Becker et al (2009) caracterizaram o pensamento algébrico a partir dos trabalhos de Krieger (2007) que existe um “pensar” algébrico e uma “escrita” algébrica que leva a dividir o aprendizado em Álgebra em dois momentos distintos. O primeiro momento seria pensamento ou raciocínio algébrico (conceitos e estratégias) utilizado dentro e fora da escola que não necessita de uma linguagem algébrica. O segundo momento seria aprendido na escola, a Álgebra formal, que se caracteriza pela representação simbólica de valores desconhecido, das variáveis, etc. Portanto, *“o pensamento algébrico consiste num conjunto de habilidades cognitivas que contemplam a representação, a resolução de problemas, as operações e análises matemáticas de situações, tendo idéias e conceitos algébricos em seu referencial”* (Becker et al, p.3)

A pesquisadora Sessa (2005) em seu livro apresenta a ideia:

*“A maneira que queremos explorar (a introdução do ensino da Álgebra) é baseado na idéia de generalização. Generalização é o coração da matemática. Na sala de aula é um projeto sempre presente para o professor: tomamos um problema [...]. Generalizar é encontrar características que unem, para reconhecer quais tipos de objetos e problemas. Ao descontextualizar o trabalho realizado sobre um problema e discutir a matemática envolvida, nós entramos em um processo de generalização, permitindo o uso e adaptar o que fez este problema do mesmo tipo”.* (IBID, p. 71)

A respeito da Álgebra escolar no Ensino Fundamental, os PCNEF (1998) se dispõem favorável a introdução e construção do conceito algébrico, por meio de exploração de situações de aprendizagem que levem a aluno a:

*[...] reconhecer que representações algébricas permitem generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações problemas e favorecer as possíveis soluções; Traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificando os significados das letras; Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico; Produzir e interpretar diferentes escritas algébricas – expressões, igualdades e desigualdades- identificando equações, inequações e sistemas. (p. 64; 81)*

Silva (2012) propos em sua pesquisa uma classificação de indicadores do pensamento algébrico para análise de atividades propostas no Caderno do Professor desenvolvido pela Secretaria Estadual de Educação de São Paulo, e este indicadores serão utilizados para análise das atividades proposta nos livros didáticos selecionados nesta pesquisa, pois caracterizam o desenvolvimento do pensamento algébrico em atividades proposta pelo professor para o desenvolvimento da linguagem algébrica, que é objetivo desta pesquisa.

Tabela 1- Indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico adaptados para análise desta pesquisa.

Indicador	A atividade possibilita que o professor conduza o aluno a:
01	Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas/algébricas em língua natural ou padrões geométricos.
02	Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema
03	Produzir mais de um modelo aritmético/algébrico para uma mesma situação-problema
04	Produzir vários significados para uma mesma expressão numérica/algébrica
05	Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas/algébricas
06	Transformar uma expressão aritmética/algébrica em outra equivalente mais simples
07	Desenvolver algum tipo de processo de generalização
08	Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias
09	Perceber uso da variável como incógnita
10	Perceber o uso da variável como número genérico
11	Perceber o uso da variável como relação funcional
12	Desenvolver a linguagem simbólica ao expressar-se matematicamente

Fonte: Silva (2012, p.41)

A metodologia utilizada neste estudo para a coleta dos dados é o emprego das categorias de indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico criadas por Silva 2012 e para a análise dos dados, a metodologia utilizada será a Análise de Conteúdo, desenvolvida por Bardin (2011).

*“A Análise de Conteúdo é um conjunto de técnicas de análise das comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição de conteúdos das mensagens. A intenção da Análise de Conteúdo é a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção (ou, eventualmente, de recepção), inferência esta que recorre a indicadores (quantitativos ou não).” (p. 45)*

O método de análise através da Análise de Conteúdo será aplicado em três pólos cronológicos, de acordo com Bardin (2011): a pré-análise, a exploração do material e o tratamento do resultado, a inferência<sup>3</sup> e a interpretação. (p.125)

#### **4- Procedimentos**

Os procedimentos adotados nesta pesquisa de análise de alguns livros didáticos de Matemática escolhidos no PNLD-2011 anos finais do Ensino fundamental para a introdução da linguagem algébrica será a análise e a seleção de atividades que utilizem a generalização de padrões, como modo de resolução e a seguir, iremos identificar quais indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico será privilegiado na resolução destas atividades, para posteriormente respondermos à questão da pesquisa: Se e como os livros de Matemática escolhidos no PNLD-2011 anos finais do Ensino Fundamental introduzem a linguagem algébrica com atividades de generalização de padrões?

#### **5- Análises preliminares**

Neste artigo apresentaremos três atividades proposta no livro didático “MATEMÁTICA” dos autores Imenes e Lellis (2009) que privilegiam para a introdução da linguagem algébrica a proposta de atividades de generalizações de padrões.

Figura 1 – Atividade 1 (6º ano EF)

---

<sup>3</sup> Inferência: 1. ato ou efeito de inferir, conclusão. 2. Raciocínio, dedução ou indução (Dicionário Mini Aurélio)

4. Veja:

uma mesa: 6 pessoas

duas mesas: 10 pessoas

a) Juntando 3 mesas dessa maneira, quantas pessoas se acomodam? E juntando 4 mesas?

b) Agora, são 27 mesas organizadas da mesma forma. Mostre com uma expressão numérica as contas necessárias para descobrir quantas pessoas se acomodam.

Fonte: IMENES e LELLIS (2009, p.244)

Nesta primeira atividade os autores propõem que os alunos observem o número de pessoas sentadas em mesas, o que acontece com o aumento do número de mesas ( $n$ ) e com a quantidade de pessoas acomodadas ( $Q$ ). O aluno deve perceber que o acréscimo de uma mesa provoca um acréscimo de 4 pessoas, ou seja: para uma mesa 2 pessoas nas pontas da mesa mais 2 de cada lado; para duas mesas continuam 2 pessoas nas pontas da mesa mais aparecem 4 em cada lado da mesa, induzindo a conclusão que o quantidade de pessoas nas mesas são  $Q = 2 + 4.n$  (onde 2 é o número de pessoas sentadas nas pontas e 4 são as pessoas nas laterais das mesas e  $n$  é o numero de mesas). Item (a) para 3 mesas temos  $2 + 4 + 4 + 4 = 14$  pessoas e para 4 mesas temos  $2 + 4 + 4 + 4 + 4 = 18$  pessoas. No item (b) a atividade generaliza para 27 mesas e o aluno deverá achar um modelo de generalização, visto que a quantidades de mesas aumentaram:  $Q = 2 + 4. 27 = 110$  pessoas. Nesta atividade o aluno deverá perceber que o acréscimo de uma mesa resulta em 4 pessoas a mais.

Pelos indicadores desenvolvimento do pensamento algébrico esta atividade contempla os indicadores: (02) Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema; (07) Desenvolver algum tipo de processo de generalização; (08) Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias e (12) Desenvolver a linguagem simbólica ao expressar-se matematicamente.

A próxima atividade é proposta no 7º ano do EF, antes da introdução da linguagem algébrica com o estudo das equações,

Figura 2 – Atividade 2 (7º ano EF)

**13.** Observe a sequência de figuras:

2                  6                  12                  20

a) O número de bolas da figura 1 é  $F_1 = 2$ , da figura 2 é  $F_2 = 6$ , e da figura 3 é  $F_3 = 12$ . Qual é o valor de  $F_7$ ?

b) Complete a fórmula  $F_n = \blacksquare$ .

Dica: relacione essa sequência de figuras e os números  $F_1, F_2$  etc. com as figuras e os números quadrados do problema 7.

Fonte: IMENES e LELLIS (2009, p.229)

Nesta atividade o aluno deverá perceber que o número da figura corresponde à quantidade de coluna (figura 1 tem uma coluna, figura 2 tem duas colunas, etc), e o número de linhas é o número da figura mais uma unidade (figura 1 tem duas linhas, figura dois tem 3 linhas, etc). No item (a) a figura 7 terá 7 colunas e 8 linhas, ou seja,  $7 \cdot 8 = 56$  bolas. No item (b) o aluno deverá responder recorrendo à linguagem algébrica  $F_n = n \cdot (n + 1)$ ,  $F_n = n \cdot n + n$  ou  $F_n = n^2 + n$ .

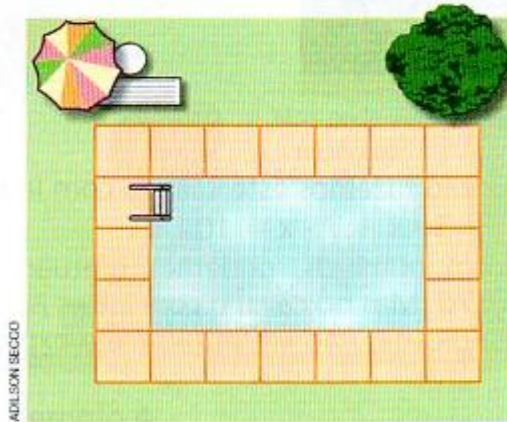
Pelos indicadores desenvolvimento do pensamento algébrico esta atividade contempla os indicadores: (07) Desenvolver algum tipo de processo de generalização; (08) Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias; (11) Perceber o uso da variável como relação funcional e (12) Desenvolver a linguagem simbólica ao expressar-se matematicamente.

A próxima atividade é proposta no livro didático do 7º ano EF:

Figura 3 – Atividade 3 (7º ano EF)



14. Num lado da piscina há 5 lajotas quadradas e no outro, 3. Note que são 20 as lajotas no seu contorno.



Copie a tabela no caderno e complete-a. Imagine piscinas rodeadas de lajotas, como a que se vê na figura acima.

Número de lajotas em cada lado da piscina	Número de lajotas no contorno
1 e 2	10
3 e 4	█
3 e 5	20
5 e 7	█
18 e 20	█
m e n	█

Fonte: IMENES e LELLIS (2009, p.229)

Nela, o aluno deve observar o perímetro (contorno) da piscina em função do tamanho da piscina e a quantidade de lajota. Pelo tamanho dos lados da piscina nota-se que para contornar a piscina deve-se somar as medidas laterais da piscina mais quatro lajotas em cada canto do contorno. Na tabela, na 2ª linha será  $3 + 3 + 4 + 4 + 4$  (cantos) = 18 lajotas, na 4ª linha será  $5 + 5 + 7 + 7 + 4$  (cantos) = 28 lajotas, na 5ª linha será  $18 + 18 + 20 + 20 + 4$  (cantos) = 80 lajotas e na 6ª linha será  $m + m + n + n + 4$  (cantos) =  $2m + 2n + 4$ , ou seja, o perímetro da piscina mais quatro lajotas nos cantos, lembrando que o tamanho das lajotas são valores inteiros que se encaixam no contorno sem precisar de cortes.

Nossas análises preliminares indicam que o livro de didático de “MATEMÁTICA” dos autores Imenes e Lellis desenvolvem atividades de generalização de padrões antes do início do estudo das equações, o que pode permitir aos alunos entenderem o conceito variável com toda sua riqueza de



significados, não limitando o conceito de variável em cálculo do valor desconhecido e que os alunos não se limitem a algoritmos de cálculo de incógnitas.