

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Relato de Experiência



## O PROBLEMA DA MEDIDA: CONSTRUINDO O SIGNIFICADO DOS NÚMEROS RACIONAIS ATRAVÉS DO FRAC – SOMA 235

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX<sup>1</sup>

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX<sup>2</sup>

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX<sup>3</sup>

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX<sup>4</sup>

### Educação Matemática no Ensino Médio

**Resumo:** O trabalho de formação inicial do professor deve estar próximo da realidade escolar e dos problemas sentidos por estes em seu ambiente de trabalho: a sala de aula. Este pensamento está em consonância com os ideais do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID – UFF. Mediante as dificuldades detectadas pelos bolsistas e também alertadas pelos professores supervisor e colaborador durante o estágio de observação nas escolas, decidimos por desenvolver um projeto para o ensino de números racionais. A proposta encontra apoio no material concreto Frac – Soma 235 e é embasada na obra *Conceitos Fundamentais da Matemática*, onde o autor Bento de Jesus Caraça constrói o conceito do número racional a partir do problema gerador: o ato de medir. Sob essa perspectiva, o objetivo principal desta proposta é apresentar o desenvolvimento, a análise e os resultados obtidos com esse projeto.

**Palavras Chaves:** Números racionais. Problema da medida. Formação de professores. Educação matemática. Frac – Soma 235

### 1. INTRODUÇÃO

O primeiro contato do bolsista com a escola pública no PIBID – UFF se dá mediante a observação de aulas, tanto do professor supervisor quanto dos professores colaboradores. O objetivo dessas observações é de aproximar nós bolsistas a uma realidade pouco conhecida e explorada nos cursos de licenciatura, juntamente com a oportunidade de buscar soluções para os problemas de aprendizagem detectados.

Com esse objetivo e após percebermos a dificuldade dos estudantes de ensino médio em reconhecer um número racional em suas diferentes “personalidades” (KIEREN, 1980)<sup>3</sup>,

<sup>1</sup> XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

<sup>2</sup> XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

<sup>3</sup> XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

<sup>4</sup> XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

assim como suas operações elementares, foi elaborado e desenvolvido o projeto *O problema da medida: Construindo o significado dos números racionais com o auxílio do Frac – Soma* 235.

A motivação para a abordagem dos números racionais sob a perspectiva do ato de medir deu-se no livro de Bento de Jesus Caraça (1989), intitulado *Conceitos Fundamentais da Matemática*.

Segundo Caraça (1989):

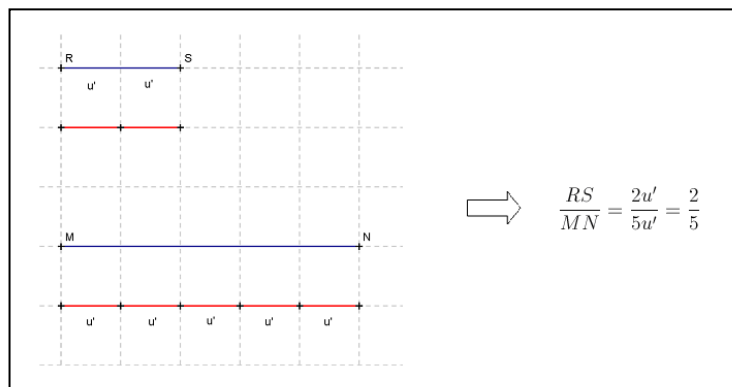
Encontramo-nos com um novo conjunto numérico – o conjunto dos números racionais ou campo racional - que compreende o conjunto dos números inteiros e mais o formado pelos números fracionários; estes são, de fato, os números novos.

As vantagens obtidas pela sua criação aparecem desde já como sendo as seguintes:

1ª – É possível exprimir sempre a medida dum segmento tomando outro como unidade; se, por exemplo, dividida a unidade em 5 partes iguais, cabem 2 dessas partes na grandeza a medir, diz que a medida é o número  $2/5$ .

2ª – A divisão de números inteiros  $m$  e  $n$  pode agora sempre exprimir-se simbolicamente pelo número racionais  $m/n$  - o quociente de 2 por 5 é o número racional fracionário  $2/5$ , o quociente de 10 por 5 é o número racional inteiro  $(10/5) = 2$ . (figura 1)

(CARAÇA, 1989, p. 36 - 37)



**Figura 1** – Construção do número racional: para medirmos um segmento MN, tomando o segmento RS como unidade, devemos considerar uma subunidade para que a medição possa ser efetivada

Observa-se, em geral, que a abordagem dos números racionais dá-se apenas pelo constructo parte-todo em capítulos nos livros de ensino fundamental que apresentam *Frações*. A abordagem pelo problema da medida, perdeu-se nos anos 60 e no início dos anos 70 após a propagação do movimento intitulado Matemática Moderna como nos afirma Gomes (2006):

<sup>3</sup> Kieren faz a defesa explícita de cinco subconstrutos (personalidades), qualificando-os como básicos, onde os racionais são vistos como: parte-todo, razão, quociente, medida e operador.

Observa-se, claramente, portanto, neste terceiro momento (início da matemática moderna), uma mudança da escolha da ênfase a ser conferida dentre os vários aspectos que integram a epistemologia dos números racionais: em conformidade com as ideias do movimento da matemática moderna, passa a realizar-se, a partir de agora, a apresentação formal da fração ou número fracionário por meio de um par ordenado de inteiros. (GOMES, 2006, p 34)

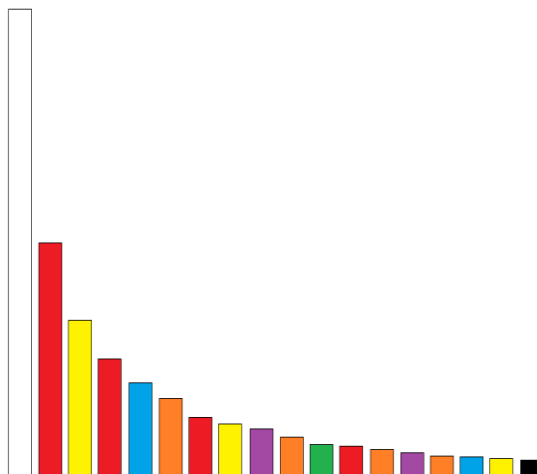
Nesse sentido, se faz necessário a elaboração de estratégias que potencializem a construção do conceito de número racional a partir de outros construtos. No nosso caso optamos pela ação de medir. E, em particular, encontramos nos materiais concretos a motivação para a confecção da proposta. Para auxiliar o ensino de números racionais encontramos diversos materiais manipulativos que convergem para esta finalidade, como por exemplo, a Régua de Cuisenaire e o Disco de Frações. Como suporte para o nosso projeto, optamos pelo Frac - Soma 235 (BALDINO, 1983).

Nota-se que o uso de materiais concretos contribui e muito para o ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos. Além de atraírem a atenção dos alunos com a instigação à manipulação, este tipo de material tira o aluno da passividade e o torna agente ativo na construção do seu conhecimento.

Segundo Turrioni (2004, p.78), o uso de materiais manipulativos, se usado corretamente, com intenção e objetivo, tornar-se parceiro do professor, contribuindo para que o aluno tenha uma aprendizagem significativa de modo a facilitar a observação, análise, raciocínio lógico, crítico e científico.

## **2. O MATERIAL DE APOIO: FRAC – SOMA 235**

O material concreto *Frac-Soma 235* (figura 2) possui a seguinte estrutura: a barra inteira, a unidade, é da cor branca; as peças que representam frações com denominadores com potências de 2 são da cor vermelha; as peças que representam frações com denominadores com potências de 3 são da cor amarela; e as peças que representam frações com denominadores com potências de 5 são da cor azul.



**Figura 2** – O material concreto Frac-Soma 235

Observa-se que as cores relativas aos fatores 2, 3 e 5 são cores primárias (vermelho, amarelo e azul, respectivamente). Esta é uma observação importante, pois as peças que representam as frações com denominadores derivados das combinações entre as potências desses números têm cores referentes às misturas das cores primárias. Vejamos.

As peças de cor laranja representam frações com denominadores formados pelo produto das potências de 2 e potências de 3. As peças roxas representam frações com denominadores formados pelo produto das potências de 2 e de 5, assim como a peça de cor verde representa a fração com denominador formado pelo produto dos números 3 e 5. A peça preta representa a fração que tem em seu denominador, o produto dos números 2, 3 e 5. Então, observando a cor de uma peça é possível supor em quantas partes a unidade foi dividida.

Essa associação com as cores, além de fazer referências a outros saberes, está em consonância com a teoria do construtivismo sócio-histórico de Vygotsky. Para Vygotsky (*apud* Oliveira, 1995), “a relação do homem com o mundo não é uma relação direta, mas, fundamentalmente, uma relação mediada”. Para o pensador russo, a presença dos elementos mediadores introduz um elo a mais nas relações entre organismo/meio. Nesse sentido, a combinação de cores presente na estrutura do Fracsoma-235 interpõe-se de forma natural entre a escolha da fração equivalente e a combinação dos fatores do denominador desta fração. Ao procurarem-se representações equivalentes para uma peça vermelha e uma peça amarela deve-se então recorrer a peças de cor laranja (ou preta), uma vez que apenas peças dessas cores poderiam caber um número inteiro de vezes em ambas as peças originais. Essa mediação dada pela estrutura deve ser construída por uma manipulação orientada do material. Cabe dizer aqui que esta característica do material já se constitui em uma primeira

justificativa para a escolha do Fracsoma-235. A outra justificativa, deixamos para a próxima seção desta proposta.

O kit Frac-soma 235 consiste em: 1 barra branca; 2 peças vermelhas; 3 peças amarelas; 4 peças vermelhas; 5 peças azuis; 6 peças laranja; 8 peças vermelhas; 9 peças amarelas; 10 peças roxas; 12 peças laranja; 15 peças verdes; 16 peças vermelhas; 18 peças laranja; 20 peças roxas; 24 peças laranja; 25 peças azuis; 27 peças amarelas; 30 peças pretas. Assim, o kit é formado de 235 peças. No entanto, a denominação 235 não se deve a este fato. A fração representada por cada uma das peças deriva da divisão do inteiro por um número composto gerado pela combinação das potências de 2, 3 e 5.

A tabela a seguir mostra os tipos de frações representadas pelas peças e suas respectivas cores.

Tabela 1 – Disposição das peças no kit Frac – Soma 235

Frações do tipo	Frações representadas por peças do Frac – Soma	Cor das peças
$\frac{1}{2^m}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$	Vermelho
$\frac{1}{3^n}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{27}$	Amarelo
$\frac{1}{5^k}$	$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{25}$	Azul
$\frac{1}{2^m 3^n}$	$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{18}$ $\frac{1}{24}$	Laranja
$\frac{1}{2^m 5^k}$	$\frac{1}{10}$ $\frac{1}{20}$	Roxo
$\frac{1}{3^n 5^k}$	$\frac{1}{15}$	Verde
$\frac{1}{2^m 3^n 5^k}$	$\frac{1}{30}$	Preto

### 3. DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DO PROJETO

O projeto é composto por um texto introdutório e seis fichas de atividades. Passaremos agora a descrever, de forma breve, o conteúdo destes.

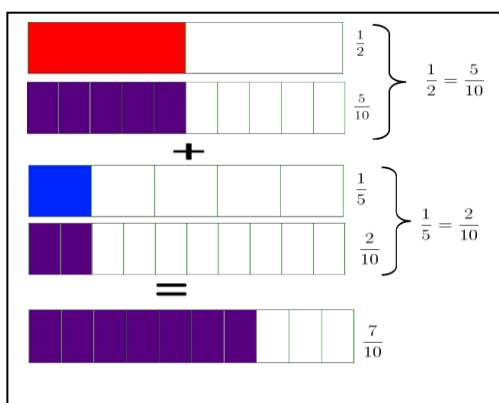
O texto introdutório apresenta um breve histórico da origem do número racional, onde são abordados alguns aspectos conceituais e práticos no uso destes números. Discutimos o significado de medir e realizamos algumas atividades que ilustram a necessidade da construção do campo racional. Destaca-se também a correlação de elementos deste campo numérico com as frações.

A ficha de atividade 1 apresenta o material de apoio: Frac – Soma 235. O objetivo das atividades propostas é fazer com que o aluno entenda a estrutura do material bem como a correlação entre as cores que o compõem. Utilizando-se da combinação de cores como elemento de mediação para a busca de frações equivalentes no cálculo com frações, este conceito é devidamente trabalhado na ficha de atividade 2 (figura 3).

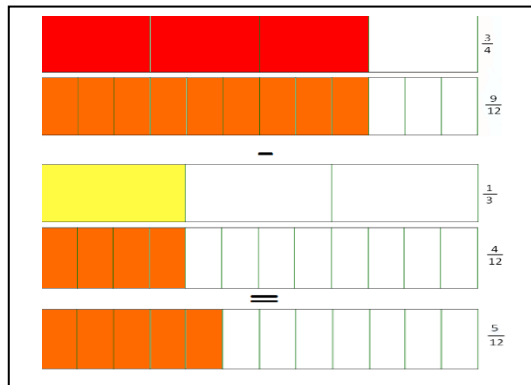


**Figura 3-** Exemplo de frações equivalentes

As fichas de atividade 3 e 4 abordam as operações de adição (figura 4) e subtração (figura 5) entre números racionais. Para ambas operações considera-se primeiro, o caso mais simples: operações com frações com mesmo denominador. Para o caso de adição e subtração de frações com denominadores distintos utiliza-se, como de costume, redução a frações equivalentes.

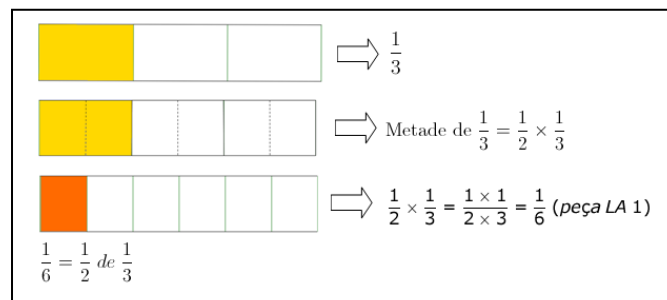


**Figura 4 –** Exemplo de adição de frações com denominadores diferentes



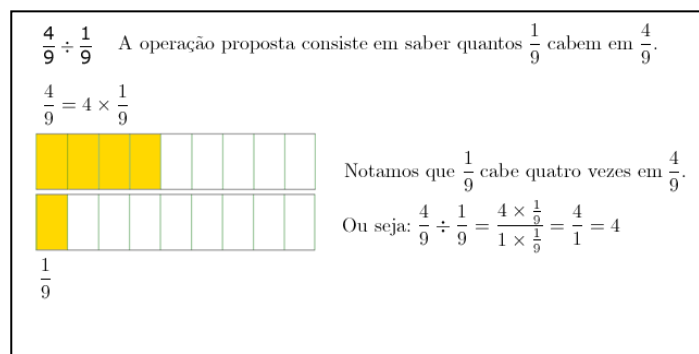
**Figura 5** – Exemplo de subtração de frações com denominadores diferentes

As fichas de atividade 5 e 6 abordam, respectivamente, as operações de multiplicação e divisão entre números racionais. A multiplicação é tratada no contexto de operadores, isto é, calcular  $1/2$  de  $1/3$  equivale a dividir  $1/3$  em duas partes iguais e considerar uma delas (figura 6).



**Figura 6** – Exemplo de multiplicação de frações

Para a divisão, trabalha-se com o processo de comparação. A pergunta “quantos de A cabem em B” é recuperada, utilizando-se o conceito de proporcionalidade (figura 7). Para a comparação de números racionais com denominadores distintos usa-se, como na adição e na subtração, o conceito de frações equivalentes.



**Figura 7** – Divisão de frações

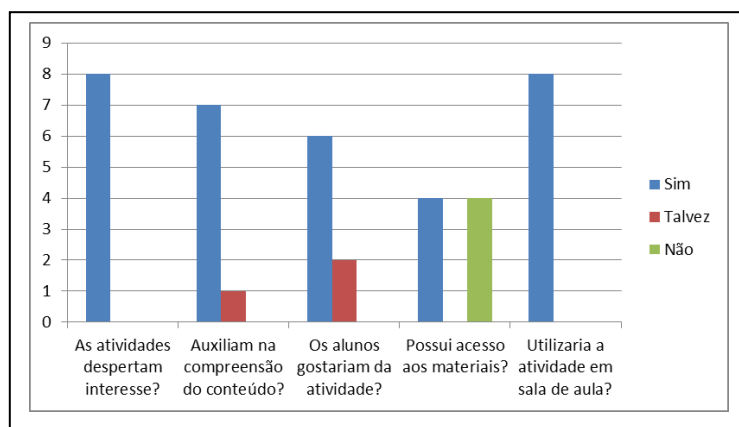
#### 4. ANÁLISE DE RESULTADOS

A aplicação deste projeto deu-se em dois eventos na área de Educação Matemática (VI Semana da Matemática da UFF e II Semana da Matemática do IFES/Vitória) e em uma escola, o Colégio Estadual Liceu Nilo Peçanha, localizado em Niterói, Rio de Janeiro, durante a Semana Nacional de Ciência e Tecnologia.

A partir dessas experiências percebemos que a representação do campo racional encontra-se defasada nos diversos níveis educacionais e que sua abordagem, geralmente, se dá apenas por um único caminho: o conceito parte-todo.

Durante a VI Semana de Matemática da UFF, a aplicação deste módulo foi através de uma oficina intitulada *Módulos Instrucionais para Ensino de Matemática: Propostas para Uso de Recursos Didático-Pedagógicos em Sala de Aula*, orientada pela professora Anne Michelle Dysman.

Desenvolvida em dois momentos as atividades tinham, em sua base, uma justificativa histórica do conteúdo abordado bem como proposto na primeira ficha de atividade. Em seguida, após ser caracterizado o  $\text{Frac} - \text{Soma } 235$ , as atividades selecionadas tinham por objetivo fazer com que o participante utilizasse o material concreto para resolvê-las. Em seguida são destacados os resultados da aplicação deste módulo a partir de uma ficha de avaliação específica, composta de cinco itens os quais os participantes avaliavam as atividades em determinados aspectos.

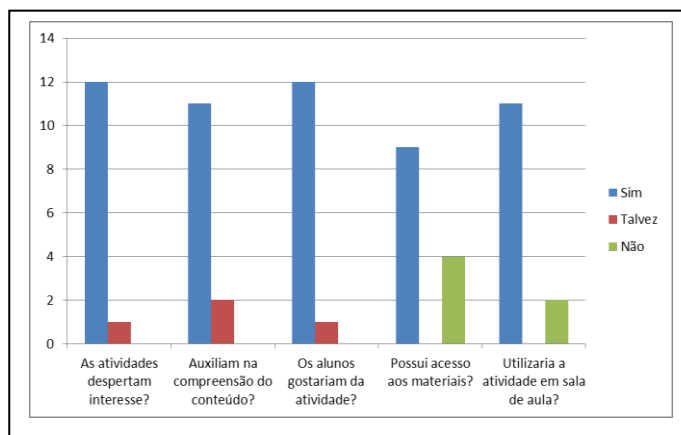


**Figura 8** – Avaliação do projeto na VI Semana da Matemática na UFF

Durante a II Semana da Matemática do IFES/Vitória no Instituto Federal do Espírito Sant, a aplicação do projeto foi durante a oficina intitulada *Módulos Instrucionais para Ensino Básico de Matemática: Contribuições do PIBID – UFF para a Sala de Aula*, orientada pelo professor Wanderley Moura Rezende.



As atividades foram desenvolvidas conforme citado anteriormente. Gostaríamos de destacar os resultados da aplicação deste módulo a partir de uma ficha de avaliação específica, já mencionada acima.



**Figura 09** - Avaliação do projeto na II Semana da Matemática do IFES

Destacamos como positiva a avaliação durante os dois eventos, uma vez que o público foram professores e alunos de licenciatura. De maneira geral, os participantes gostaram e manifestaram entusiasmo ao trabalhar com o Frac – Soma 235, porém, a falta de acesso ao material impossibilitaria a utilização do mesmo segundo o relato dos participantes. A fim de solucionar esse problema, propomos a construção do Frac – Soma 235 com material alternativo acessível (cartolina, papel cartão e outros) aos professores do Ensino Médio.

Na Semana Nacional de Ciência e Tecnologia – Colégio Liceu Nilo Peçanha a oficina intitulada *Números racionais: o que é e pra que servem?* - PIBID UFF, destinou-se aos alunos de ensino médio do Colégio Estadual Liceu Nilo Peçanha em Niterói. As atividades desenvolvidas deram ênfase ao significado e às operações básicas envolvendo números racionais. Para isso foi elaborada uma lista de exercício subdividida em tópicos. Primeiramente, como motivação, apresentamos o problema da medida e importância do surgimento dos números racionais durante esse processo. Em seguida, os alunos tiveram contato com o material concreto Frac – Soma 235 e destacaram suas propriedades. Em seguida iniciaram-se as atividades. Foram propostos e resolvidos três problemas envolvendo cada uma das quatro operações básicas.

Destacamos como positiva a aplicação deste módulo a este nível de ensino. Embora os alunos soubessem, em sua maioria, como operar frações, eles não atribuíam o devido significado a isso. Com o decorrer das atividades eles entenderam o que estava por detrás das manipulações algébricas e passaram a enxergar os números racionais sob outra perspectiva.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segundo Ciscar e García (1988), a capacidade de transferir o conhecimento sobre frações a situações distintas não parece clara. Um aluno pode compreender muito bem a relação da utilização de números fracionários num certo contexto, mas isso não implica que identifique o uso desta “ferramenta” em outras situações. Desta forma, a organização do ensino de frações deve ser sequenciada de forma interligada a fim de proporcionar aos estudantes a experiência com a maioria das interpretações de número racional, sem que a mudança na abordagem interfira nos conceitos já aprendidos. As dificuldades que ora encontramos nas atitudes de alunos em séries avançadas do ensino regular com relação ao uso deste conceito demonstra que em algum momento da sua vida escolar o ensino deste conteúdo fracassou. A simples memorização de técnicas sem o menor significado pode ter contribuído de forma decisiva para isso. Desta forma, com a aplicação desse módulo instrucional, espera-se que o professor possa construir o significado de número racional e de suas operações junto a seus alunos.

Assim, pretendemos compartilhar com nossos colegas participantes deste VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática nossas experiências, angústias e desejos, por conta deste projeto que para nós é um grande desafio da Educação Matemática.

## 6. AGRADECIMENTOS

Gostaríamos de prestar o devido agradecimento aos nossos professores orientadores Wanderley Moura Rezende e Bruno Alves Dassie pelo auxílio e orientação não somente na confecção deste módulo, mas também pelas palavras e atitudes de apoio e incentivo durante a nossa caminhada nos tornando professores críticos e reflexivos quanto nossa prática.

Gostaríamos também de agradecer à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES pela concessão da bolsa que nos deu determinada tranquilidade em seguir e aprofundar a nossa pesquisa.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALDINO, Roberto Ribeiro. **Material Concreto: Frac – Soma 235**. Campo Bom: Casquinha – Material de Apoio Pedagógico, 1983.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 9 ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1989.

CISCAR, Salvador Linhares; GARCIA, Maria Victoria Sánchez. **Fracciones: la relación parte-todo**. Madri: Síntesis, 1988

GOMES, Maria Laura Magalhães. Os números racionais em três momentos da história da matemática escolar brasileira. **Bolema**, ano 19, n. 25, 2006, pp 17 - 44

KIEREN, T. (1976). **On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers**. In: R. Lesh (ed.), *Number and measurement: Paper from a research workshop*. Columbus, Ohio: ERIC/MEAC, p. 101-144.

LEITE, José Mário. **Materiais Didáticos Manipuláveis no Ensino e Aprendizagem de Geometria Espacial**, 2008. Disponível em:  
<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1664-8.pdf>>. Acesso em: 04 jun. 2012.

TURRIONI, Ana Maria Silveira. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. 2004, 175 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas Campus de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.