

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Relato de Experiência



## OBTENÇÃO DE FUNÇÕES DE PRIMEIRO GRAU E EXPONENCIAIS A PARTIR DE SENSORES DE TEMPERATURA

Israel Matté<sup>1</sup>

### Modelagem Matemática

**Resumo:** Desenvolvemos uma situação de aprendizagem envolvendo Modelagem Matemática em uma atividade experimental, a partir de dados coletados referentes a sensores de temperatura, em uma Escola Técnica. Esta atividade possui uma abordagem interdisciplinar envolvendo conteúdos de Eletricidade, Física e Matemática. Nesta atividade, têm-se como objetivos específicos oferecer condições para que os alunos percebam a importância da coleta e tratamento de dados, com isso, passem a identificar a simbologia utilizada no estudo dos circuitos eletrônicos, que compreendam e utilizem as principais leis da eletricidade na análise da atividade e na resolução de problemas e empreguem os conhecimentos de Matemática para descrever e interpretar os resultados da atividade.

**Palavras chaves:** Modelagem Matemática. Sensores de temperatura. Educação profissional. Funções.

### 1. INTRODUÇÃO

Esta atividade foi desenvolvida na unidade curricular, Fundamentos de Eletrotécnica, em uma Escola Técnica, nas aulas do Curso Técnico em Mecatrônica. Foram utilizadas 24 horas-aula para tal aplicação.

A ideia central da proposta pedagógica desenvolvida é que, desde o primeiro dia de aula do componente curricular Fundamentos de Eletrotécnica, os alunos estejam em contato com modelos matemáticos de fenômenos ou componentes eletro-eletrônicos aplicáveis em suas vidas profissionais. O estudo e a análise destes modelos e de suas soluções acompanham o desenvolvimento da unidade curricular, de forma que os conteúdos e conceitos matemáticos centrais da ementa sejam relacionados com esta análise.

Para isso, buscaram-se formas de organização e principalmente práticas pedagógicas flexíveis, não rígidas e convencionais.

Na procura de subsídios para uma prática pedagógica flexível, buscamos aporte na Modelagem Matemática. Utilizando essa metodologia, encontramos condições necessárias para que sejam trazidos para a sala de aula temas do cotidiano dos alunos, com problemas voltados a sua realidade, dando-lhes a oportunidade de indagações concretas na busca da construção de seus conhecimentos.

---

<sup>1</sup> Mestre em Ensino de Matemática. Centro Tecnológico de Mecatrônica – SENAI.  
isramatte@yahoo.com.br

Barbosa (2003) apresenta argumentos para a inclusão da modelagem no currículo: Motivação; Facilitação da aprendizagem; Preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas; Desenvolvimento de habilidades gerais de exploração. (BARBOSA, 2003, p. 67).

A partir das colocações feitas por Barbosa (2003), nota-se que atividades de Modelagem Matemática podem fazer a diferença no ensino e aprendizagem dos alunos e na prática educacional.

Assim, devem-se potencializar reflexões sobre a presença da matemática no seu cotidiano, pois é necessário educar criticamente as pessoas através da matemática e não simplesmente informá-las matematicamente (BARBOSA, 2001).

Consideramos Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a solucionar matematicamente problemas não apenas matemáticos, mas também resolver situações com referência as suas futuras realidades profissionais, as quais possuam potencialidades de gerar reflexões sobre a presença da matemática em suas vidas profissionais.

## 2. SENSORES DE TEMPERATURA

Nossa proposta foi de trabalharmos conceitos matemáticos, físicos e de eletricidade com base em sensores resistivos de temperatura. Buscamos informações técnicas, composição, funções e quais as aplicações cotidianas que mais utilizam tais sensores. O embasamento teórico para utilização de tais sensores em nossa atividade está de acordo com Thomazini & Albuquerque (2009).

Os sensores resistivos são dispositivos, cuja resistência elétrica varia com a temperatura. Podem ser classificados em **termorresistências** e **termistores**. Nas termorresistências, a resistência aumenta quase que linearmente com a temperatura, enquanto que, nos termistores, a variação é não linear e podem ser direta ou inversamente proporcionais. Os termistores são classificados de acordo com a forma que reagem as variações de temperatura em termistores NTC e PTC. No NTC (Negative Temperatura Coefficient) a resistência é inversamente proporcional à temperatura. Nesse tipo de dispositivo, a resistência elétrica cai exponencialmente com o aumento da temperatura. O PTC (Positive Temperatura Coefficient) - apresenta um coeficiente de variação da resistência elétrica em função da temperatura positiva, o que indica que a sua resistência aumenta exponencialmente quando a temperatura se eleva.

As curvas exibidas na figura 1 mostram o comportamento da resistência elétrica em relação à temperatura para os dois tipos de termistores e para a termorresistência.

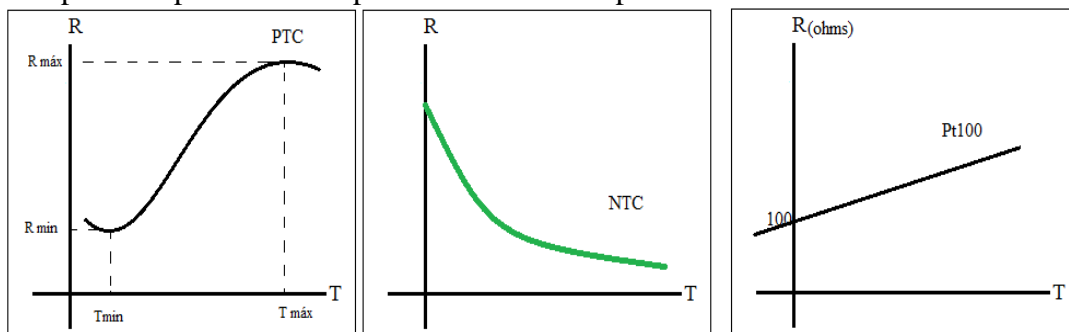


Figura 1: Curvas características dos sensores.

Fonte: (THOMAZINI & ALBUQUERQUE, 2009)

As termorresistências Pt100 foram empregadas por apresentarem um comportamento aparentemente linear, e, com elas, pudemos utilizar conceitos de funções de primeiro grau e sistemas lineares. Os termistores NTC foram utilizados por apresentarem curva característica

semelhante ao comportamento de uma curva exponencial decrescente, podendo-se aplicar, conceitos de logaritmos, equações e funções exponenciais.

Em ambos os sensores além dos conceitos matemáticos, vislumbramos a possibilidade de aplicação de conceitos referentes à Física e Eletricidade.

### 3. EXPLICAÇÃO DA ATIVIDADE E PREPARAÇÃO DO CIRCUÍTO

Foi exposto aos alunos que com base nas medições que seriam feitas, tínhamos como objetivo encontrar modelos matemáticos para cada sensor, a partir dos quais poderiam se observar qual o comportamento de sua resistência quando submetido a variações de temperatura e também fazer algumas previsões, quando submetidos a temperaturas inalcançáveis em tal experiência.

A partir da coleta de valores de resistência e temperatura feita dos sensores, surgirão dados que deverão ser organizados primeiramente em uma tabela que resultará em um modelo matemático. Explicamos que modelos matemáticos podem ser: uma tabela, um gráfico, uma função, entre outros. O propósito do modelo é entender e talvez, fazer previsões sobre um comportamento futuro.

Explicou-se que, trabalharíamos inicialmente com a construção da tabela, para posteriormente construir o gráfico e, finalmente, chegar à função. Após se chegar à função, a fim de validá-las, seria feito o caminho inverso, no qual, a partir da função, seria construída uma tabela e, posteriormente, sobre gráfico inicial, seria construído um novo gráfico com esses dados calculados a partir da função. Lembrando que o objetivo é conhecer o comportamento dos sensores através de medições e aplicações de conceitos matemáticos.

Como o processo de aprendizagem através de modelagem e modelos matemáticos, de acordo com Bassanezi (2002), requer uma interação com a realidade, é necessário que haja um envolvimento com materiais de uso diário, os quais deveriam ser trazidos pelos alunos. Os alunos foram organizados em trios para a realização das atividades.

A seguir, apresentamos a lista de materiais necessários.

3 termistores NTC
1 termoresistência Pt-100
2 multímetros
2 metros de condutor 5mm
30 cm de espaguete termo-retrátil
1 estanhador
6 garras jacaré de eletricidade
1 pote com capacidade de 2 litros
3 kg de gelo

Tabela 1: Materiais necessários para atividade.

Fonte: Elaborada pelo autor.

É importante deixar claro que o objetivo destas aulas não é o de obter valores precisos, mesmo porque, quando se trabalha com dispositivos baseados em resistência elétrica, como são os sensores, trabalha-se com percentuais de tolerância. Ver-se-á, à medida que for desenvolvido o trabalho, que não há nenhum sensor apresentando medidas iguais de resistência. Assim sendo, o objetivo principal desta atividade é mostrar aos alunos alguns tipos de sensores, além do funcionamento dos sensores e seu comportamento em relação à temperatura e ainda, as relações entre estes comportamentos, utilizando os conceitos matemáticos citados anteriormente.

Para fazer as medidas com os termistores pedimos aos alunos que soldassem as duas pontes dos termistores a fios condutores de 25 cm de comprimento e 5 mm de espessura. A

solda foi isolada utilizando sobre ela um pedaço de capa termo-retrátil. Nas extremidades opostas dos fios condutores foram soldados os jacarés de 3 cm, um em cada ponta. Com isso as ponteiros dos termistores foram prolongadas para que pudessem ser colocadas dentro da água com o objetivo de medir a sua resistência, conforme Figura 2.

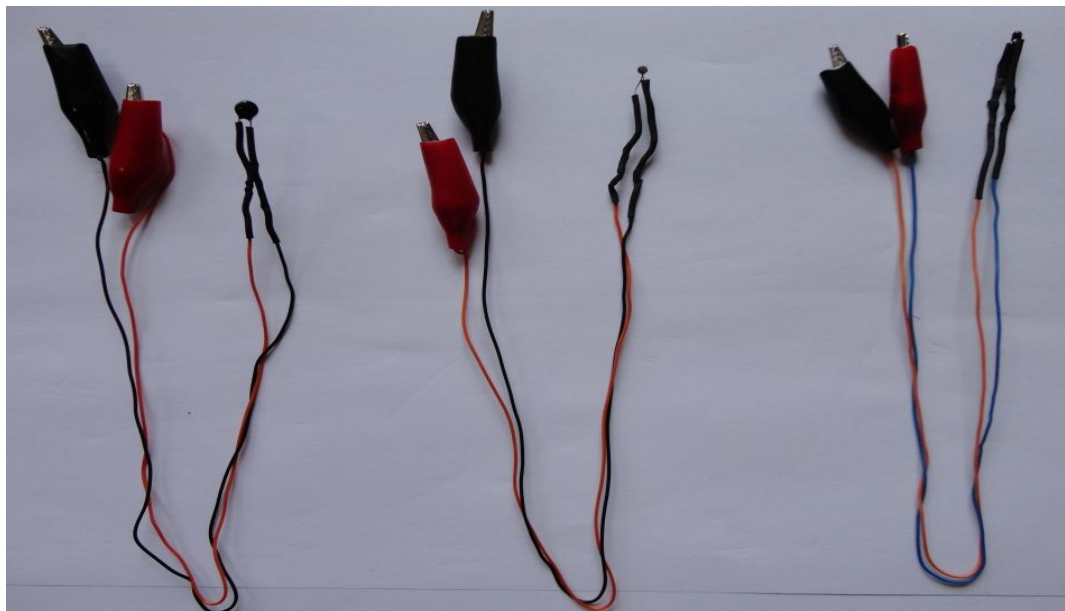


Figura 2: Circuito pronto para realizar as medições.  
Fonte: Arquivos do autor.

## 4. OBTENÇÃO DOS MODELOS MATEMÁTICOS

### 4.1 Coletas de dados e construção das tabelas

O primeiro modelo construído foi uma tabela para cada um dos sensores com as grandezas resistência elétrica e temperatura. Para a coleta de tais valores preparou-se o experimento com um copo descartável no centro de um pote e, ao redor do copo, completou-se com gelo.

Com o auxílio de um aquecedor de água portátil, aquecemos 200ml de água. A água aquecida foi posteriormente colocada no copo descartável que estavam imersos em gelo. Submergiram-se na água quente do copo, o sensor e o termômetro de mercúrio. O sensor estava conectado às pontas de prova do multímetro como mostra a Figura 3.



Figura 3: Montagem do processo de coletas de dados.  
Fonte: Arquivos do autor.

Utilizaram a variação de temperatura de 80°C até chegarem ao 0°C e intervalos de aferição de 5 em 5 graus para a coleta dos respectivos valores de resistência.

Pelas tabelas confeccionadas, os alunos perceberam que mesmo sendo referentes a sensores com mesma resistência nominal, havia grandes diferenças entre os valores de resistência coletadas e chegaram à conclusão que este fato se deve ao percentual de tolerância existente entre sensores. Obtiveram medidas de resistência que, para a mesma temperatura, variavam em até 3100Ω, conforme mostra a Figura 4.

T	R	T	R	T	R
2°	22 K	0°	26000 Ω	0°	28,7 Ω
5°	19,6 K	5°	20900 Ω	5°	22,7 Ω
10°	16,2 K	10°	13320 Ω	10°	18,54 Ω
15°	13,6 K	15°	12970 Ω	15°	15,53 Ω
20°	11,5 K	20°	11300 Ω	20°	13,00 Ω
25°	9,2 K	25°	9620 Ω	25°	9,35 Ω
30°	8,4 K	30°	7300 Ω	30°	8,35 Ω
35°	7,4 K	35°	6350 Ω	35°	6,80 Ω
40°	6,3 K	40°	5330 Ω	40°	5,70 Ω
45°	5,6 K	45°	4440 Ω	45°	4,75 Ω
50°	5,0 K	50°	3710 Ω	50°	4,15 Ω
55°	4,4 K	55°	3200 Ω	55°	3,45 Ω
60°	4,0 K	60°	2780 Ω	60°	2,95 Ω
65°	3,6 K	65°	2450 Ω	65°	2,50 Ω
70°	3,3 K	70°	2050 Ω	70°	2,14 Ω
75°	3,0 K	75°	1770 Ω	75°	1,87 Ω
80°	2,8 K	80°	1560 Ω	80°	1,65 Ω
85°	1,2 K	85°	1490 Ω		

↓  
OBS: em  
K Ω

Figura 4: Tabelas referentes a sensores com resistência nominal de 10kΩ.  
Fonte: Trabalhos dos alunos.



Tais tabelas irão municiar nossas próximas duas etapas na busca de novos modelos matemáticos, que são os gráficos e as funções referentes a cada sensor.

## 4.2 Construções de gráficos

Ao iniciarem os gráficos, surgiram dúvidas como “Quais valores irão no eixo x e quais vão no eixo y?”; “Resistência vai no eixo y e temperatura no eixo x, ou é ao contrário?”

Durante as medições e até o momento, não se havia referido a pares ordenados, justamente para que, ao construírem os gráficos, tivessem que refletir sobre qual é a variável dependente e qual é a independente.

Concluíram que a resistência elétrica depende da temperatura, foi explicado, então, que até o momento não se tinha feito referência a pares ordenados, justamente para que chegassem a esta conclusão, e que haveria muitas outras situações que também teriam que decidir sobre a relação de dependência entre as variáveis.

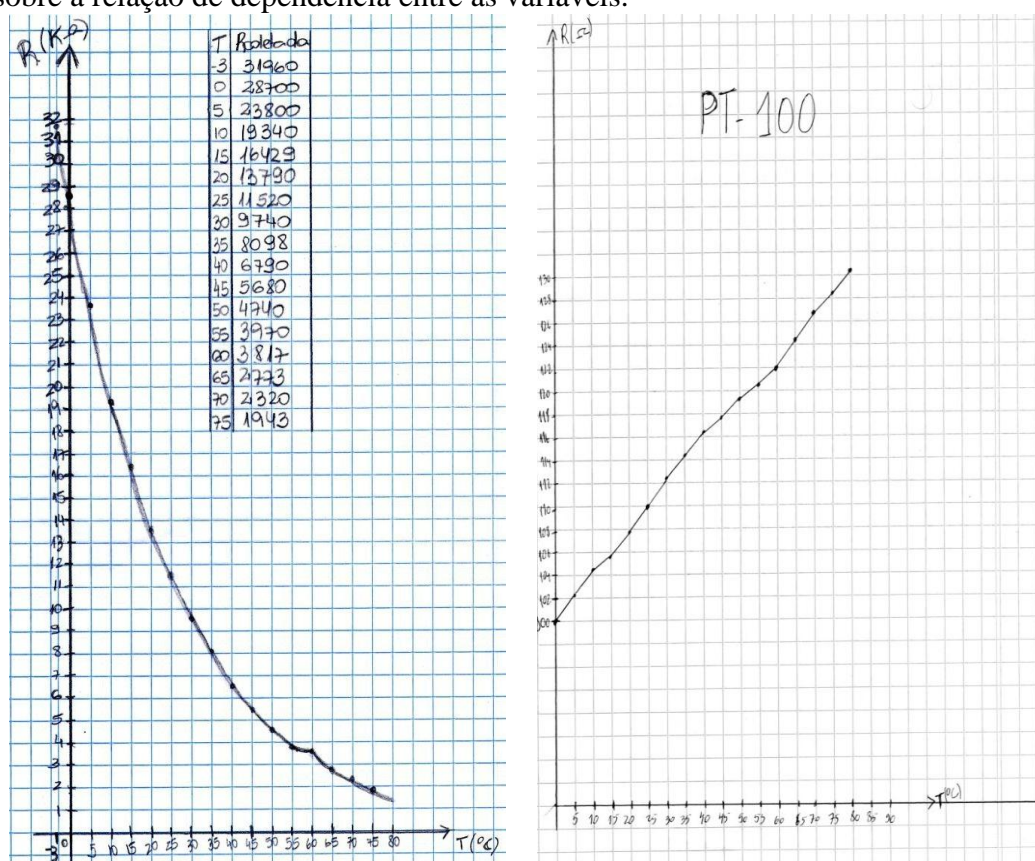


Figura 5: Gráficos dos sensores NTC e Pt100.

Fonte: Trabalhos de alunos.

## 4.3 Obtenções das funções dos sensores e respectivas validações.

Por meio dos dados de resistência elétrica e temperatura, coletados dos sensores NTC e Pt100 e dos gráficos construídos, um dos objetivos desta etapa era gerar uma função matemática para cada sensor e validá-la. Essa validação se daria, aplicando alguns valores de temperatura na função encontrada e comparando os respectivos valores de resistência com os valores coletados. Outro objetivo era mostrar aos alunos que havia diferença entre os valores coletados e os valores calculados, além de mostrar que existem diferenças entre exercícios feitos em uma aula tradicional e exercícios em uma aula prática.

Para a obtenção das funções correspondentes a cada um dos sensores, solicitamos aos grupos que observassem os gráficos construídos, referentes aos sensores Pt100 e NTC, a fim de que verificassem se o comportamento desses gráficos seria parecido com o comportamento de algum gráfico que haviam construído anteriormente. Concluíram que o Pt100 assemelhava-se a uma reta e o NTC a uma curva exponencial.

A Figura 6 apresenta a obtenção da constante k, por meio da aplicação de logaritmos naturais, a construção da tabela com valores obtidos através da função calculada e o gráfico com duas curvas, uma com os valores coletados e outra com os valores calculados.

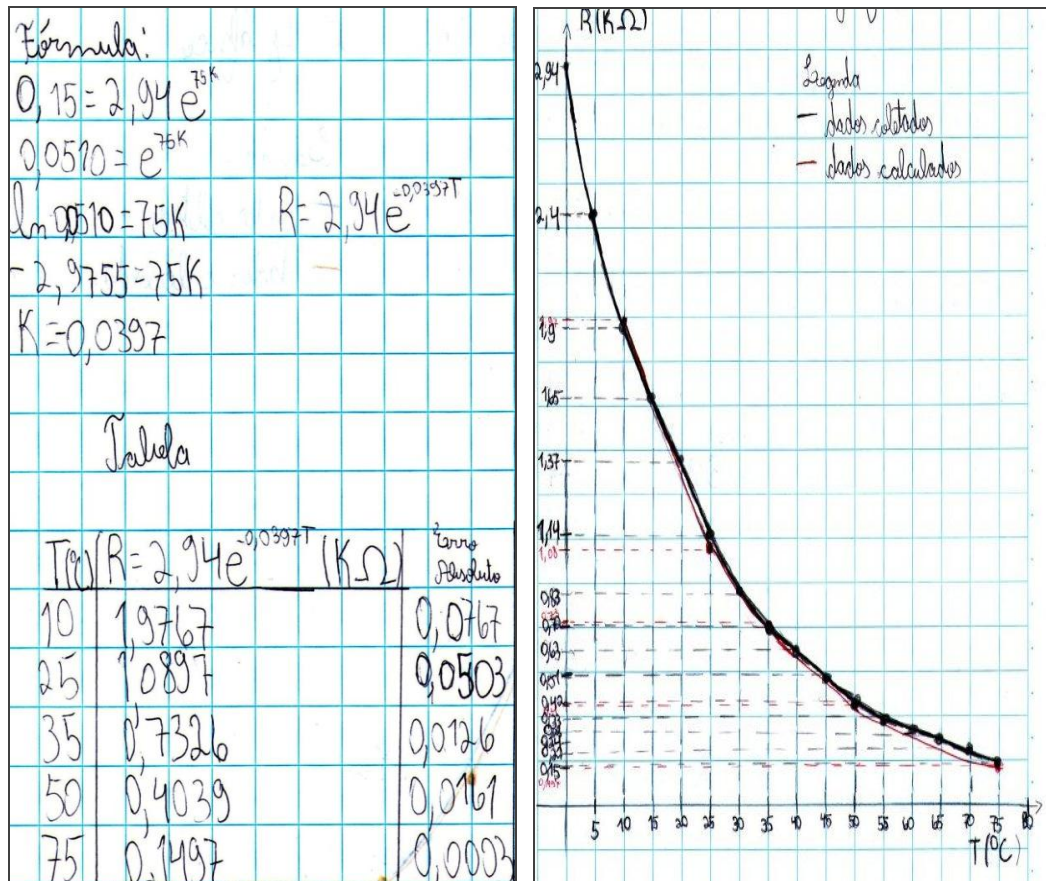


Figura 6: Dados referentes ao sensor NTC

Fonte: Trabalhos dos alunos.

A Figura 7 apresenta a obtenção dos coeficientes angular e linear. Na parte 1 da figura os alunos encontraram coeficientes que não geravam uma reta aparentemente paralela a reta gerada pelos dados coletados, assim, criaram uma parte 2 com pares ordenados mais distantes e conseguiram encontrar coeficiente que geraram uma reta quase que coincidente com a reta dos valores coletados.





Figura 7: Cálculos e validação das funções obtidas.

Fonte: Trabalhos dos alunos

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Percebemos, a partir de comentários e da participação dos alunos no decorrer das aulas, um maior interesse por esse tipo de atividade. Fato esse que corrobora com o pressuposto teórico de que a Modelagem Matemática é dotada de um potencial motivador, visto que exige a participação dos alunos e, em geral, enfoca assuntos que despertam a sua curiosidade ou com os quais apresentam alguma ligação.

Um relato de aluno resume nossa atividade: “Bem, para sintetizar mesmo, acho que trabalhamos com problemas que nós criamos” Questionamos: “Como assim?” “Sim, nós coletamos os valores para construir uma tabela. Depois de criarmos a tabela, construímos um gráfico, depois de construir o gráfico, tivemos que ver que tipo de função seria e tivemos que calcular a função. Depois de construir a função, criamos outra tabela e, a partir desta tabela, um novo gráfico. Praticamente, tivemos que fazer tudo. O senhor só disse onde queria que nós chegássemos. Assim é fácil ser professor”. Risos da turma.

Após o momento de descontração, falou-se: “Na realidade, este foi um dos objetivos principal que buscamos com a atividade. Tentou-se criar aqui, com a participação de vocês, um novo ambiente de aprendizagem chamado de um cenário para investigação, no qual vocês são responsáveis por todo processo e nós professores somos apenas mediadores”.

Depoimentos como estes dão a certeza de que os alunos aceitaram nosso convite de participação no cenário de investigação. Com o processo de exploração sendo assumido pelos alunos, conseguimos constituir um novo ambiente de aprendizagem.

Acreditamos que trabalhos como esse desempenham um papel importante na formação dos futuros profissionais e cidadãos, já que os introduz no campo da pesquisa e desmitifica a Matemática como ciência exata e carregada de abstrações. Neste sentido, talvez



o maior ganho tenha sido o fato de que os alunos perceberam que a Modelagem Matemática fornece a solução que mais se aproxima da situação real, mas não é uma solução exata.

Percebemos, em nossas atividades, uma perspectiva de ruptura do currículo linear com o qual estávamos acostumados, no qual se abordava conceito de função, passavam-se alguns exemplos de gráficos a partir de algumas funções e construíam-se gráficos. Nas atividades que propomos durante este trabalho, os alunos foram responsáveis pela construção de circuitos a partir dos quais tiveram que apropriar-se de conhecimentos de física e eletricidade para poderem construir tabelas. De posse das tabelas feitas através de alguns conhecimentos matemáticos, construíram gráficos e, a partir de diversos conhecimentos matemáticos, conseguiram chegar às funções. Esta perspectiva nos mostra uma nova possibilidade de pensar o ensino e aprendizagem de uma forma muito mais ampla da qual estávamos acostumados, pois engloba não apenas uma área do conhecimento, mas várias áreas, contribuindo assim para que alunos e até professores venham a ter pensamentos mais complexo e desafiadores.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD ROM.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática na sala de aula. *Perspectiva*, Erechim (RS), v. 27, n.98, p.65-74, junho/2003. Disponível em: < <http://www.uefs.br/nupemm/perspectiva.pdf>>. Acesso em: 07 de mar. 2013

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002, 389p.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, ano 13, n. 14, p. 66–91, 2000.

THOMAZINI, Daniel; ALBUQUERQUE, Pedro Urbano Braga de. **Sensores Industriais**: Fundamentos e Aplicações. 6. ed. São Paulo: Érica, 2009.