VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática
ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica

O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DE MOSAICOS

Eliana Bevilacqua Salin [1]
Jarbas Dionísio Camargo[2]

Resumo:

Neste artigo, apresento a concepção e implementação de uma proposta para o ensino de geometria plana, com o objetivo de responder a pergunta: Em que medida a construção de Mosaicos, aliada ao uso de tecnologia Informática, favoreceu na aprendizagem de Geometria Plana?. O trabalho integra geometria e artes através da construção de pavimentações no plano. Foi aplicado em três turmas, de 1º ano, do Ensino Médio de uma Escola Estadual de Porto Alegre. Primeiramente, foi aplicado um questionário, para analisar o que, de fato, os alunos sabiam sobre Geometria Plana. Feita a primeira análise, identifiquei que os alunos se encontravam no nível 0 da visualização, segundo o modelo de Van Hiele, sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico. A partir desse resultado, foi solicitado aos alunos que pesquisassem e produzissem um material contendo: definições, propriedades e que fosse ilustrado com suas construções geométricas, usando régua e compasso. Posteriormente, foi realizada a experiência com a tecnologia, onde são apresentadas atividades para a construção de mosaicos, utilizando o software Geogebra, no qual também procuro identificar de que maneira a construção de Mosaicos e o uso de um software de geometria dinâmica favorecem o desenvolvimento do pensamento geométrico na aprendizagem de Geometria Plana.

*Palavras-chave***:** *Software Geogebra. Mosaicos. Construções Geométricas.*

Introdução:

Muito se tem discutido e pesquisado sobre o ensino e aprendizagem de geometria na educação básica. Conforme NACARATO ET al. (2008, p.42), pode-se dizer que esse ensino, até a década de 1960, esteve pautado por um excesso de formalismo, com a prevalência das demonstrações Geométricas Euclidianas. O caráter estritamente formal e axiomático da matemática produzida pelos matemáticos estabelecia os critérios de verdade dessa área do conhecimento. Assim, outros processos de argumentação em geometria não encontravam espaços na escola.

Segundo Pavanello (1993), "uma das possíveis causas do abandono do ensino da geometria ocorreu com a promulgação da lei 5692/71, que dava às escolas liberdade na escolha dos programas, possibilitando aos professores de matemática o abandono do ensino de geometria ou deixando-o para o final do ano letivo" (p.7). Porém, tal situação, é preocupante ao identificar que a geometria, durante a evolução das ciências, sempre foi considerada essencial à formação intelectual do indivíduo e de sua capacidade de raciocínio.

---

[1] Especialista em Matemática – Tópicos de Análise e Álgebra Linear pela Universidade de São Paulo (USP), São Paulo, SP, Brasil. Mestranda do Mestrado Profissionalizante no Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande Sul (UFRGS), Porto Alegre, RS, Brasil. msalin@uol.com.br.
[2] Especialista em Matemática – Mídias Digitais – Didática: Tripé para a Formação do Professor de Matemática. UFRGS. Mestrando do Mestrado Profissionalizante no Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande Sul (UFRGS), Porto Alegre, RS, Brasil. jarbasdcamargo@hotmail.com.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), o estudo dos conteúdos do bloco Espaço e Forma tem como ponto de partida a análise das figuras pelas observações, manuseios e construções que permitam fazer conjecturas e identificar propriedades. É importante, também, na exploração desse bloco, desenvolver atividades que permitam ao aluno perceber que, pela composição de movimentos, é possível transformar uma figura em outra. Construindo figuras a partir da reflexão, por translação, por rotação de outra figura, sem perder as suas propriedades iniciais. As atividades de transformações são fundamentais, para que o aluno desenvolva habilidades de percepção espacial e possam favorecer a construção da noção de congruências de figuras planas (isometrias).

O uso de tecnologia no Ensino de Geometria

As modificações e avanços na aprendizagem, os progressos e a utilização de tecnologias no ensino de matemática provocam alterações nos métodos que os professores utilizam.

Conforme os PCN (1998) o recurso às tecnologias da informação e comunicação constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas trazendo significativas contribuições para repensar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Gravina (2001) define os ambientes de geometria dinâmica como sendo ambientes informáticos que possuem ferramentas do tipo régua e compasso virtuais, que permitem a construção de objetos geométricos, segundo propriedades que os definem. ”São micromundos que concretizam um domínio teórico, no caso a Geometria Euclidiana, pela construção de seus objetos e de representações que podem ser manipuladas diretamente na tela do computador”. (GRAVINA, 2001, p.82).

Os softwares de Geometria Dinâmica proporcionam a visualização de ideias matemáticas e enfatizam um aspecto fundamental na proposta da disciplina que é a experimentação. Promovem uma melhor percepção por parte do aluno, ajudando-o a descobrir formas mais simples de encontrar a solução do problema. Dessa maneira, o aluno pode migrar de uma atividade mecânica para uma atividade dinâmica. Nesse processo, as figuras tornam-se agentes no processo investigativo, já que o aluno pode perceber a diferença entre desenhar e construir uma figura, verificando que, para construí-la, não basta apenas chegar a uma aproximação desejada, mas ter a clareza sobre as relações entre os diferentes elementos que ela possui de forma que, ao ser arrastada, mantenham-se as propriedades geométricas.

Modelo dos Van Hiele

O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico desenvolvido pelo casal Van Hiele, originou-se dos trabalhos de doutorado dos mesmos, idealizando uma nova forma de enfocar o desenvolvimento do raciocínio em geometria.

O modelo de Van Hiele detalha cinco níveis de raciocínio (compreensão) geométrico, que ajudam a interpretar a evolução do pensamento geométrico.

Segundo Van Hiele, cada nível se caracteriza por habilidades de raciocínio específicas, e um aluno não poderá avançar de um nível para outro, sem possuir essas habilidades, já que em um determinado nível se explicitam e tomam como objeto de estudo os conceitos, as relações e o vocabulário usados no nível anterior, incrementando-se, assim, a compreensão dos mesmos.

Ainda, segundo Van Hiele, mesmo que o aluno chegue a um nível de raciocínio em um conteúdo geométrico, não assegura que, diante de outro conteúdo novo, poderá estar no mesmo nível. Provavelmente terá que recorrer a formas de raciocínio dos mesmos níveis anteriores, seguindo uma ordem de complexidade crescente.

A teoria de Van Hiele diz que, para se saber em que nível de raciocínio o aluno se encontra, é preciso entender suas estratégias de resolução de problemas, como sua forma de se expressar e o significado do vocabulário que ele ouve, vê ou utiliza para expressar seus conhecimentos.

Os Níveis proposto por Van Hiele de conhecimento Geométrico:

- Nível 0: Visualização

Neste estágio o aluno só trabalha com a informação visual. O aluno não explicita as propriedades determinantes das figuras, ele compara e classifica figuras conforme sua aparência, e utiliza expressões como “se parece com...” “tem a mesma forma de...” etc.

Nesse estágio, as propriedades geométricas são confundidas com suas propriedades físicas e não desempenham um papel relevante no reconhecimento da figura.

- Nível 1: Análise

Nessa fase, começa uma análise dos conceitos, através da observação e da experimentação, o aluno começa a discernir as características das figuras.Não é capaz de explicar relações entre propriedades, não vê inter-relações entre figuras, não entendem definições e ainda não compreendem o que é uma demonstração. Em contrapartida, podem fazer conjecturas e generalizações que exemplifiquem e comprovem empiricamente.

- Nível 2: Dedução Informal

O aluno começa a estabelecer inter-relações de propriedades tanto dentro de figuras (por exemplo, ao maior lado de um triângulo corresponde o maior ângulo) quanto entre figuras (todo quadrado é um retângulo).

O aluno é capaz de acompanhar uma demonstração formal, mas ainda não é capaz de construi-la por si só.

- Nível 3: Dedução

O aluno, nesse nível, completa o desenvolvimento do raciocínio lógico formal. Percebe a inter-relação e o papel de termos não definidos, axiomas, postulados, definições, teoremas e demonstrações. É capaz de construir uma demonstração.

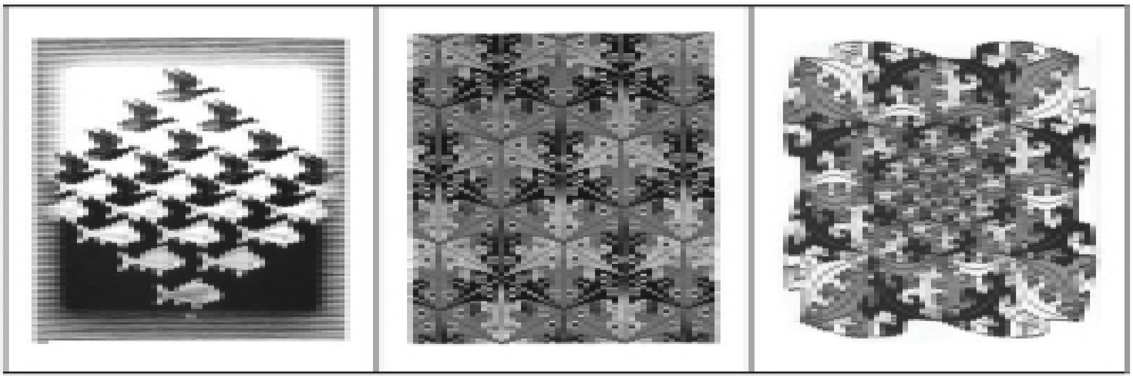
-Nível 4: Rigor

O aluno, nesse nível, é capaz de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, isto é, pode estudar geometria não euclidiana e comparar com sistemas diferentes. A geometria é vista no plano abstrato, sem a necessidade de recorrer a modelos concretos.

Mosaicos

A construção de mosaicos, além da beleza artística, contém padrões geométricos que apresenta um certo tipo de simetria ornamental, com emprego de figuras relativamente simples, cuja repetição e interação formam um todo harmonioso e estético, conforme figura 1.

Figura 1- Mosaicos de Escher



Limitando-se mais à Matemática do que ao aspecto artístico, mosaico significa o estudo do preenchimento do plano com figuras geométricas. Neste artigo, são enfatizadas as coberturas formadas exclusivamente por alguns polígonos regulares, ou seja, aqueles que possuem lados congruentes e ângulos internos congruentes.

Segundo Alves (1999, p. 3), trabalhar com mosaicos é algo muito interessante, porém ao utilizar apenas polígonos regulares para sua construção, devem ser impostas duas condições:

a) se dois polígonos regulares se intersectam, então essa intersecção é um lado ou um vértice comum.

b) a distribuição dos polígonos regulares ao redor de cada vértice é sempre a mesma.

Uma maneira de verificar quais polígonos regulares que preenchem o plano sem sobreposições ou espaços intermediários consiste em obter exatamente $k.\ i = 360º$, em que k é o número de polígonos e i, a medida do ângulo interno de cada polígono. Ou, então, obter k tal que $k.\ i < 360º$ e $(k + 1).\ i > 360º$, concluindo que $k \leqslant \frac{360}{i}$

O menor valor para k é 3, pois não tem sentido preencher o plano com k = 1 ou k = 2 polígonos. E como $k \leqslant \frac{360}{i}$, então $i \leqslant 120º$.

Ou seja, experiências devem ser realizadas, considerando polígonos regulares, com ângulos internos, menores ou iguais a 120º, para ângulo interno igual a 120º, tem-se o hexágono regular. Os únicos polígonos regulares que cobrem o plano são o quadrado, hexágonos e triângulos.

Sequência Didática

Para Análise da experiência prática, tomei como questão norteadora: De que forma a construção de Mosaicos, com o uso do Geogebra, contribuiu para a aprendizagem de Geometria Plana?

1ª aula:

Objetivos: Apresentar o projeto Mosaicos e fazer uma prévia do que os alunos sabiam sobre geometria, através de um questionário.

2ª aula:

Objetivos: Apropriação de conceitos e conhecimento de propriedades geométricas, para, mais tarde, abstraí-los em suas construções.

Foi solicitado aos alunos que pesquisassem sobre retas, retas paralelas, retas perpendiculares, ponto médio, Segmentos proporcionais, teorema de tales, enfim. Esse material deveria ser ilustrado com as construções.

3ª aula:

Objetivos: Investigar e validar algumas propriedades geométricas, e desenvolver hábitos que tratassem de descrever relações e processos e também fazer conjecturas.

Foi solicitado a eles, que fizessem construções de: retas paralelas, retas perpendiculares, quadrado, triângulo equilátero e hexágono.

Aula 4:

Objetivos: O interesse, nessa atividade, é que o aluno fique motivado a entender conceitos de geometria associado ao assunto, tais como rotação, reflexão e translação. Incentivá-los a buscar soluções e formalizar seus resultados.

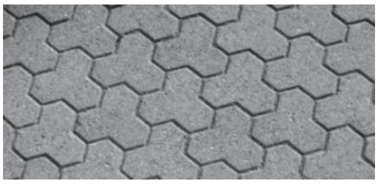
1) Crie um ponto A, faça a sua reflexão a partir do ponto B. Exiba seus rótulos. Movimente o ponto A. Mova o ponto B. Que relações você observa entre A, B e A'?

2) Crie um polígono e faça a sua reflexão a partir de uma reta. Escolha o vértice A do polígono e movimente-o. Explore esta ferramenta, desenhando outros polígonos regulares e verifique o que acontece.

3) Faça a translação a partir de um vetor dado. Desenhe um polígono qualquer. Crie um vetor. Faça a translação desse polígono por esse vetor. Crie objetos e faça translações. Faça seus registros.

4) O polígono que dá acesso a esta calçada é invariante por rotações, em torno de seu centro, de quantos graus? Justifique sua resposta.

Figura 2- Questão 151- Enem/2011



Os alunos tiveram dificuldade em compreender os questionamentos propostos, e também de expressar oralmente ou por escrito, o que estavam visualizando na tela do computador e organizar ideias na hora de elaborar um texto.

5) Responda:

O que você entende por ladrilhar?

Pense em ladrilhamentos que você conhece. Dê características?

Que tipos de figuras você pode ladrilhar? Apresente exemplos.

Será que é possível ladrilhar com figuras não uniformes?

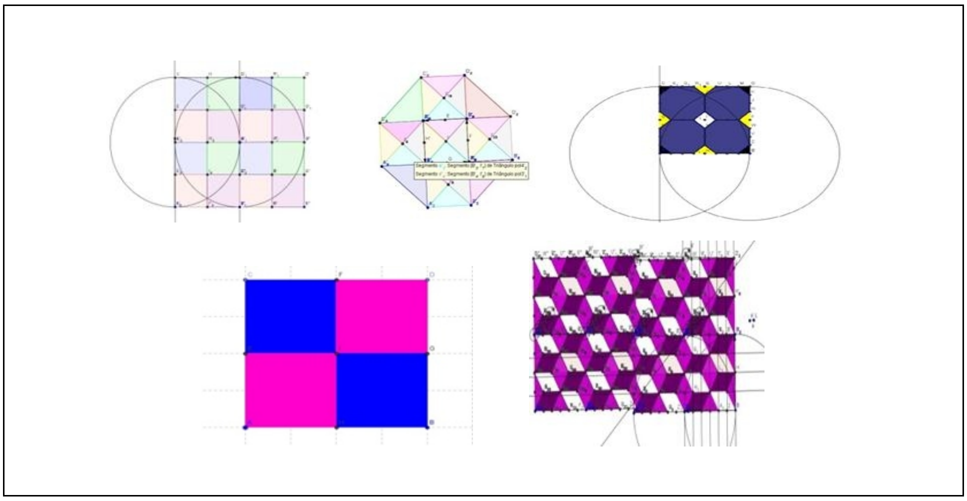
Eles poderiam pesquisar na internet, trocar ideias com os colegas, e depois, deveriam formalizar seus resultados/observações. A ideia, aqui, era que os alunos descobrissem quais eram os polígonos regulares que compõem um mosaico.

Estabeleceu-se uma proposta aos alunos para que eles construíssem um mosaico usando figuras regulares. Eles deveriam usar as ferramentas do software. Esta foi a parte do projeto que os alunos mais gostaram, pois entenderam o porquê das construções feitas anteriormente.

Das vinte produções apresentadas, quinze apresentaram mosaicos que conservavam as propriedades da construção inicial da figura, mostrando que os alunos apropriaram-se das propriedades das figuras.

O que despertou interesse no aluno foi, o fato de, que o software proporciona, sob ação de movimentos, que a figura mantenha todas as propriedades feitas na construção inicial.

Figura 3- Algumas produções



Considerações Finais

Conforme apresentado nos objetivos e na metodologia deste trabalho, a identificação do nível do pensamento geométrico dos alunos, usando o modelo proposto por Van Hiele, foi obtida por meio de questionário, indagações e atividades propostas usando o recurso da tecnologia, com três turmas de 1º ano do Ensino Médio. Apresentei aqui, parte dessas atividades e também alguns Mosaicos construídos por eles.

Analisando os dados obtidos pude constatar que os alunos se encontravam no nível zero da visualização, mas a construção de mosaicos com o uso de tecnologia permitiu ao aluno, experimentar, criar estratégias de construção de figuras, estabelecer conjecturas, e fazer com que eles formalizassem suas ideias com o auxilio do dinamismo do geogebra, levando o aluno a raciocinar geometricamente. Os alunos trabalharam as transformações geométricas de forma mais acessível, a partir das manipulações feitas em suas construções, verificando que elas mantinham suas as propriedades iniciais.

As aulas foram dinâmicas e percebi também uma grande motivação e desejo de aprender por parte do aluno, facilitando, dessa forma, a aprendizagem de conceitos de geometria plana.

Por isso é cada vez mais evidente a necessidade de trabalhar a geometria de forma contextualizada, dessa maneira, o aluno vê onde está inserida esta geometria, assim ele compreende melhor, pois pode e deve fazer associações com seu cotidiano. Saliento também que o aluno realmente irá aprender geometria se colocar todo o conhecimento adquirido em sala de aula e aplicá-lo na prática.

Por meio do uso da tecnologia informática e do software Geogebra, somado às atividades desenvolvidas, encontramos um forte aliado para o ensino-aprendizagem da geometria através de mosaicos, pois, por meio do software*,* os conceitos geométricos são construídos a cada passo dados e, com o estudo dos Mosaicos além das construções geométricas, observa-se um pouco da arte com que se convive no dia a dia.

Diante do exposto, acredito que, o uso do software Geogebra na construção de Mosaicos favoreceu também para que os alunos atingissem um nível de maturidade, geométrica, mais desenvolvido, se comparado ao início do projeto.

Referências

ALVES, Sérgio; DALCIN, Mário. **Mosaicos do Plano**. Revista do Professor de Matemática**.** São Paulo, n. 40, 1999. Disponível em: <http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/>. Acesso: nov. 2012.

GRANDO, R.C; NACARATO, A.M; GONÇALVES, L.M. G - Compartilhando **saberes em geometria: investigando e aprendendo com nossos alunos**. Caderno CEDES, Campinas, 2008.

GRAVINA, Maria Alice... [ET al.]. **Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para a formação de professores de Matemática** .Porto Alegre: Evangraf, 2012. 180 p.

LINDQUIST, Mary Montgomery, SHULTE, Alberto P. **Aprendendo e Ensinando Geometria;** tradução de Hygino H. Domingues. –São Paulo: Atual, 1994.

MEC (1998) **Parâmetros Curriculares Nacionais:** terceiro e quarto ciclos: apresentação dos temas transversais– 1998. Secretaria de Educação Fundamental, Ministério da Educação e do Desporto, Brasília, DF São Paulo: Atual, 1994.

PAVANELLO, R. M. **O abandono da geometria no Brasil: causas e consequências**. Zetetiké, Campinas, n. 1, p. 7-17, mar. 1993.