

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Relato de Experiência



O PROBLEMA DO TESOURO: EXPLORANDO AS POTENCIALIDADES DO SOFTWARE GEOGEBRA E DISCUTINDO SOLUÇÕES.

Erika Silos de Castro¹

Educação Matemática, Tecnologias Informáticas e Educação à Distância

Resumo:

A proposta aqui apresentada visa possibilitar reflexões e discussões a respeito de possíveis soluções apresentadas para uma situação-problema, através da exploração do software de geometria dinâmica *geogebra*. A atividade foi dividida em duas etapas e aplicada com alunos da Educação Básica e Superior em momentos distintos. Na primeira etapa, as atividades criaram uma ambientação dos participantes com o software e trabalharam gradativamente conceitos geométricos considerados como pré-requisitos para a resolução da etapa seguinte, proposta na forma da situação-problema: o problema do tesouro.

Neste artigo, nos atentaremos à análise da situação-problema proposta na segunda etapa, considerando o papel do software nesta atividade, as soluções apresentadas pelos alunos, outras soluções possíveis e algumas dificuldades identificadas. Em seguida, apresentamos os referenciais teóricos que embasaram este trabalho, os aspectos metodológicos utilizados na aplicação da atividade, e por fim, uma solução para o problema, sem o recurso do software.

Palavras Chaves: Geogebra. Educação Matemática. Tecnologias Digitais.

INTRODUÇÃO

Vivemos, hoje, numa sociedade informatizada, dinâmica e regida por tecnologias e rápidas mudanças. Este universo tecnológico ainda é desconhecido por muitos, no que diz respeito ao seu domínio e funcionalidade. Neste sentido, entendemos que a proposta de sugerir práticas pedagógicas mediadas por tecnologias digitais, além de tornar a aprendizagem mais atrativa, permite uma formação contextualizada e de qualidade de todos os envolvidos neste processo.

Este artigo apresenta uma proposta que visa possibilitar reflexões e discussões a respeito de possíveis soluções apresentadas para uma situação-problema através da exploração de potencialidades do software de geometria dinâmica *geogebra* em relação a recursos de lápis e papel. Esta atividade foi dividida em duas etapas e aplicada a alunos do 2º ano do Ensino Médio da Rede Estadual de Educação do Rio de Janeiro e a licenciandos do

¹ Professora Assistente I do Departamento de Ciências Exatas, Biológica e da Terra (PEB) da UFF/Santo Antônio de Pádua. Mestre em Matemática e Doutoranda em Educação Matemática.

curso de Matemática do Instituto do Noroeste Fluminense de Educação Superior da Universidade Federal Fluminense (INFES/UFF).

Na primeira etapa, as atividades criaram uma ambientação dos participantes com o software e trabalharam gradativamente conceitos geométricos considerados como pré-requisitos para a resolução da etapa seguinte, proposta na forma de uma situação-problema: o problema do tesouro.

Neste trabalho, nos atentaremos à situação-problema proposta na segunda etapa, considerando as seguintes questões norteadoras:

Qual foi o papel do software nesta atividade?

Quais foram as soluções apresentadas pelos alunos?

Haveria outras soluções possíveis?

Que dificuldades pudemos identificar?

Acreditamos que ações como esta contribuem para a melhoria da formação dos licenciandos em Matemática, uma vez que sugere novas possibilidades para suas práticas pedagógicas, refletindo diretamente no processo de ensino-aprendizagem de Matemática na Educação Básica.

RERENCIAIS TEÓRICOS

Segundo PONTE (2009) as investigações matemáticas constituem uma das atividades que os alunos podem realizar e que se relacionam, de muito perto, com a resolução de problemas.

As Orientações Curriculares do Ensino Médio (2006) reafirmam esta ideia da utilização de recurso informatizado como meio de apoio educacional às aulas de Matemática:

Não se pode negar o impacto provocado pela tecnologia de informação e comunicação na configuração da sociedade atual. Por um lado, tem-se a inserção dessa tecnologia no dia a dia da sociedade, a exigir indivíduos com capacitação para bem usá-la; por outro lado, tem-se nessa mesma tecnologia um recurso que pode subsidiar o processo de aprendizagem da Matemática. É importante contemplar uma formação escolar nesses dois sentidos, ou seja, a Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia como ferramenta para entender a Matemática. (BRASIL, 2006, p.87)

SILVA e PENTEADO (2009) destacam que os ambientes de geometria dinâmica podem favorecer o ensino e aprendizagem de geometria por caminhos novos e dinâmicos, além de complementar e enriquecer com novas estratégias a sala de aula. Além disso, tornam possíveis as múltiplas representações de objetos e processos geométricos e ferramentas para interagir essas representações, além de medidas que são visíveis e aptas a serem formalizadas, ajudando na conexão entre o pensamento geométrico e numérico.

GRAVINA (1996) complementa que a partir de exploração experimental viável somente em ambientes informatizados, os alunos conjecturam, e com o *feedback* constante oferecido pela máquina, refinam ou corrigem suas conjecturas, chegando a resultados que resistem ao “desenho em movimento”, passando para a fase de argumentação e demonstração matemática.

Assim como GRAVINA (1996) e SILVA & PENTEADO (2009), este trabalho utilizou um ambiente de geometria dinâmica como recurso tecnológico. Buscou-se em SILVA & PENTEADO (2009) uma abordagem qualitativa, a fim de compreendermos elementos de uma situação que envolve o processo de ensino e aprendizagem de Matemática nos diferentes níveis de ensino, na Educação Básica e Superior e em GRAVINA (1996), uma perspectiva investigativa para a resolução do problema.

Esses referenciais teóricos embasaram a elaboração das atividades numa perspectiva investigativa, inserindo a tecnologia como um subsídio tanto para o ensino de Matemática, mais especificamente, quando trabalhadas com os licenciandos, quanto na aprendizagem dos alunos da Educação Superior e Básica.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

A atividade foi organizada em duas etapas. Na primeira, as atividades propostas foram apresentadas na forma de pequenos roteiros com passos gradativos que orientaram os desenhos e as construções geométricas, consideradas necessárias para uma boa familiarização com o software geogebra. Tais atividades permitiram uma discussão sobre invariantes e o estabelecimento da distinção entre desenhar e construir, além da exploração de conhecimentos geométricos tais como, características de triângulos e circunferências, conceitos de segmento de reta e sua mediatriz.

Já a segunda apresentou a situação-problema, a seguir, em que se propôs a exploração de conhecimentos geométricos através da investigação matemática. Esta será o centro das nossas atenções para análise obtenção de resultados pretendidos.

Situação-problema: caça ao tesouro

Há muitos anos, dois piratas enterraram um baú de tesouros próximo a uma praia de uma ilha deserta. Nesta praia, havia duas grandes rochas junto à água e uma palmeira um pouco mais distante. Na época, tomaram como referência estes três pontos. Os dois piratas partiram da palmeira e cada um seguiu até uma das rochas, contando seus passos. Chegando às rochas, eles giraram 90° , um no sentido horário e outro no sentido anti-horário e sem se molhar, caminharam os mesmos números de passos que os levaram da palmeira à rocha.

Neste ponto, fizeram suas marcas. O tesouro foi enterrado exatamente no meio do segmento gerado por essas marcas. Todo este percurso foi registrado num mapa.

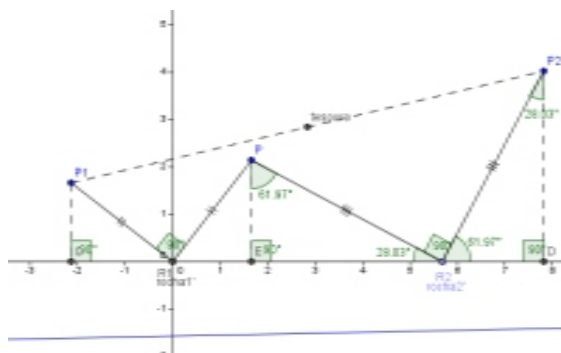
Desafio

Imagine que anos depois você achou este mapa, onde estava escrito o caminho percorrido pelos piratas e resolve ir à procura deste tesouro perdido. Mas chegando à ilha, para sua decepção, constata que a palmeira e as marcas dos piratas não existem mais. E aí, será que você consegue achar o tesouro?

A partir das investigações anteriores, pense em uma nova estratégia para encontrar o tesouro. Utilize o software para tentar resolver o problema, isto é para encontrar o tesouro. Descreva o procedimento adotado.

Para aprimorar as discussões, apresento uma ilustração da situação e uma justificativa que serve de argumento para a garantia da validade das propriedades matemáticas utilizadas na solução.

Figura 1



Fonte: Elaborada pelo autor.

Imaginemos um sistema de eixos coordenados que passem pelas duas rochas, tomemos uma delas como origem deste eixo. Consideremos $P=(a, b)$ e $R_2 = (r, 0)$. É fácil concluir que os triângulos PER_2 e R_2DP_2 são congruentes, logo $P_2 = (b+r, r-a)$. Por raciocínio análogo, $P_1 = (-b, a)$. Como o tesouro é o ponto médio do segmento P_1P_2 , encontramos que tesouro = $\frac{P_1+P_2}{2}$, logo independem da palmeira.

Aplicação das atividades

As atividades foram realizadas com 3 (três) alunos do 2º ano do Ensino Médio, da Rede Estadual de Ensino do Rio de Janeiro e com 7 (sete) licenciandos em Matemática do INFES/UFF, localizado no município de Santo Antônio de Pádua.

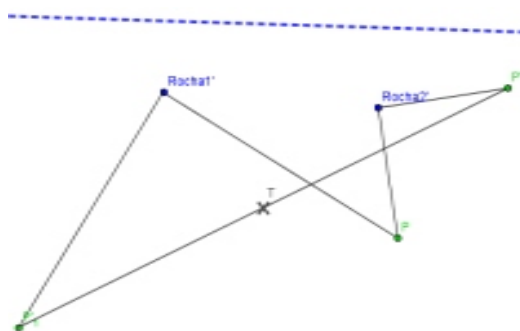
As aplicações ocorreram em dois momentos, o primeiro com os licenciandos e o outro com os alunos da Educação Básica. Ambos realizados no mês de outubro de 2012 e em

encontros com duração de 2 horas cada. Durante a aplicação, os alunos foram orientados a executarem as atividades individualmente e receberam as orientações por meio de um roteiro de ação impresso, onde podiam realizar registros livres a respeito das suas próprias conclusões e possíveis resultados.

Após esta etapa, os alunos foram convidados a expor, para o restante do grupo, as suas soluções para o problema proposto, gerando uma discussão coletiva a respeito das possíveis soluções. Com as exposições, foi possível perceber que os alunos não apresentaram muitas dificuldades na construção do mapa do tesouro (apenas um não construiu adequadamente). As dificuldades apareceram com mais frequência na resolução do desafio.

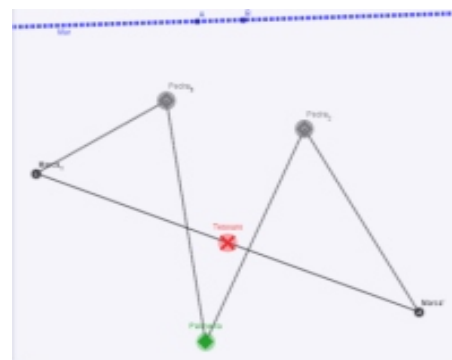
Seguem algumas imagens e registros de duas construções do mapa do tesouro realizadas por dois licenciandos:

Figura 2: Mapa aluno A



Fonte: Elaborada pelo aprendiz A.

Figura 3: Mapa aluno B



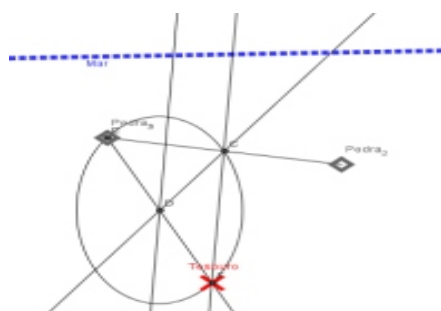
Fonte: Elaborada pelo aprendiz B.

Aqui, cabe ressaltar que o aluno A, que construiu o mapa da Figura 2, conseguiu chegar aos resultados esperados, já o aluno B (Figura 3) não considerou a rotação de 90° e isto pode ter prejudicado suas conclusões.

A seguir, apresento duas soluções expostas por dois alunos, que considero interessantes para análise:

Solução 1: realizada por um aluno do 4º período de licenciatura.

Figura 4



Fonte: Elaborada pelo licenciando.

lápiz para a tela do software. Já o aluno da Educação Básica, explorou as potencialidades do software para obter a uma solução que não seria vista, com tanta facilidade, sem os recursos do software. Nota-se, através do seu argumento, que ele além de perceber que o tesouro encontrava-se sobre a mediatriz do segmento que liga as rochas, observou que a distância entre o ponto médio desse segmento e o tesouro era igual à distância do ponto médio às rochas (Figura 6).

Desta forma foi possível perceber que o software apresentou papéis distintos para estes indivíduos.

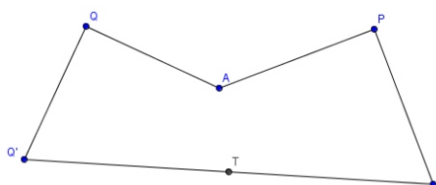
Uma solução sem o software

Um artigo publicado por CARNEIRO, na Revista do Professor de Matemática (RPM 47), apresenta uma possível solução para o problema do tesouro sem recorrer a qualquer tipo de software. Segue a solução por ele apresentada:

Segundo ele, tudo se baseia em dois fatos fundamentais:

1. no plano complexo, a diferença entre dois complexos traduz o vetor com origem no primeiro ponto e extremidade no segundo; é o que se costuma formular por: $\overline{AB} = B - A$
2. multiplicar um complexo pelo número i (a “unidade imaginária”) equivale a girá-lo de um ângulo reto positivo.

Figura 7



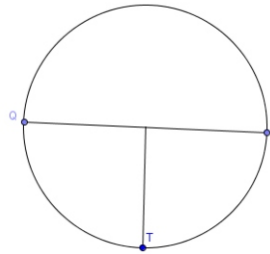
Fonte: Elaborada pelo autor.

A figura 7 ilustra a situação do problema. Sendo A a árvore, e P e Q as pedras, o tesouro está no ponto T médio dos pontos P' e Q' . Considerando os pontos pertencentes ao plano complexo, não importando onde esteja a origem, tem-se:

$$T = \frac{P' + Q'}{2} = \frac{P - i(P - A) + Q + i(Q - A)}{2} = \frac{P + Q}{2} + i \frac{Q - P'}{2}$$

Esse resultado não só demonstra que a localização do tesouro independe da posição da árvore (o pirata era um matemático), como também permite localizá-lo como o terceiro vértice de um dos triângulos retângulos isósceles com hipotenusa PQ (Figura 8).

Figura 8



Fonte: Elaborada pelo autor.

RESULTADOS

A partir desta interação do grupo, foi possível observar que com o auxílio das potencialidades do software, foram obtidos resultados dificilmente encontrados apenas com os recursos do lápis e do papel.

Outra observação interessante se refere ao compartilhamento de descobertas. Mesmo orientados a executarem as atividades individualmente, observou-se, nos dois grupos, que uma nova descoberta era sempre compartilhada, como se aquele que descobrisse primeiro algo relevante para ele, tivesse o dever de auxiliar o restante do grupo a investigar aquilo também. Ao final, a “caça ao tesouro” se tornou coletiva.

Quanto às soluções, os alunos não apresentaram grandes dificuldades nas atividades de familiarização com o software, no entanto, poucos chegaram àquelas soluções previstas para o problema do tesouro. Já outros criaram verdadeiros cenários, como urbanização da ilha para obter novos pontos de referência, superando as expectativas para resolução. Dos sete licenciandos, três conseguiram chegar ao tesouro e dos alunos do Ensino Médio, apenas um.

Por outro lado, alguns dos que não conseguiram finalizar a tarefa apresentaram algumas ideias matemáticas pretendidas, como a independência da localização do tesouro em relação à palmeira e a localização do tesouro sobre a mediatriz do segmento que liga as rochas.

Quando questionados a respeito de como o software influenciou nas estratégias adotadas, todos se dirigiram à ferramenta como um facilitador na busca por soluções. Uma aluna do Ensino Médio citou a facilidade e a possibilidade de apagar e refazer sem ficar “manchado”. Outro frisou a potencialidade de arrastar pontos e se referiu ao software como um poderoso simulador de diversas situações.

As atividades propostas despertaram nos alunos maior interesse pelos conceitos matemáticos trabalhados, além de permitir uma investigação desses conceitos através da exploração empírica antes da sua formalização.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A ação pedagógica gerada por este trabalho foi muito importante para se estabelecer junto aos licenciandos participantes um momento de reflexão sobre novas possibilidades para suas futuras práticas em sala aula e suas implicações imediatas no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Desta forma, acredita-se que este trabalho possa estimular diversas ações que utilizem tecnologia como uma poderosa aliada no ensino de Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, L. C. L.; NÓBRIGA, J. C. C. **Aprendendo Matemática com o Geogebra**. 1ª Edição. Brasília: Exato, 2003.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Básica (SEB). Departamento de Políticas de Ensino Médio. **Orientações Curriculares do Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 2006.

CARNEIRO, J. P. Q. A Ilha do Tesouro. **Revista do Professor de Matemática**, n.47. Rio de Janeiro: SBM, 3º quadrimestre 2001. CD-ROM. n. 01 ao 70.

GRAVINA, M. A. **Geometria Dinâmica: uma abordagem para o aprendizado da Geometria**. In: Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, VII, Belo Horizonte, MG, 1996. p. 1-13.

PONTE, J., BROCARD, J., OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

SILVA, G.H.G., PENTEADO, M. G. **O trabalho com geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa**. In: Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, I, Ponta Grossa, PR, 2009. p. 1066.